

En de opbrengst is...

Herkenbare rekenproblemen en persoonlijke doelen

Opbrengstgericht werken

Opbrengst is een neutraal begrip. Het begrip zegt niets over de kwaliteit van een resultaat, noch over de kwantiteit. In die neutrale betekenis wordt het woord in beleidsstukken van OCW en het Toezichtkader van de Inspectie niet gebruikt en wij willen het hier ook niet zo gebruiken. *Opbrengst* is volgens ons een positief te waarderen resultaat. We noemen bovendien iets 'opbrengst van onderwijs' als het een resultaat is dat leerlingen door hun inspanningen tijdens de lessen bewust zelf hebben bereikt. Dat betekent bijvoorbeeld dat een leerling die een toets goed maakt doordat hij al vóór de les over die kennis beschikte, geen opbrengst van onderwijs laat zien. Bij het gebruik van de term 'opbrengstgericht werken' wordt al heel

Het lijkt soms alsof 'opbrengstgericht werken' vooral over toetsresultaten gaat. Niets is minder waar: het gaat over het (dagelijkse) effect van onderwijs. Dat effect moet ook blijken buiten toetsmomenten. Opbrengsten zijn vooral iets voor de leerlingen: zij moeten ervaren dat hun inspanningen in de les hen iets opleveren dat ook blijft na een toets. Hoe je als leraar dat in rekenlessen kunt bevorderen is het onderwerp van dit artikel.

snel gedacht aan het verbeteren van zulke toetsscores. Wie het alleen daarom te doen is, kan laten oefenen met de opgaven van die toets... Het is echter verstandig die verleiding te weerstaan, want het zal de gecijferdheid van de leerlingen niet verbeteren (nog afgezien van het feit dat de normering van de toets hierdoor waardeeloos wordt).

Een betere aanpak is ervoor te zorgen dat de leerlingen bewust en actief aan de lessen kunnen deelnemen. Het helpt als die lessen zijn gericht op een (voor de leerlingen) herkenbaar probleem en op hun persoonlijke doelen. Een lesdoel met een gelijke opbrengst voor alle leerlingen is onmogelijk. Simpel gezegd komt het erop neer dat rekenlessen zo worden ingericht



dat ze in elk geval leiden tot rendement voor alle leerlingen. Dat vraagt een bewuste keuze door de leraar van geschikte activiteiten: die activiteiten moeten immers zorgen voor dat rendement. We kijken aan de hand van drie voorbeelden uit verschillende leerjaren hoe dat er in de dagelijkse lessen uit kan zien.

1. Zoeken naar vormkenmerken

In groep 1/2 krijgen kleuters in de loop van de week de opdracht om met een maatje en een digitale fotocamera in het lokaal (en/of de rest van de school) op zoek te gaan naar de vormen *driehoek*, *rechthoek* en *cirkel*. Dat vraagt van hen anders te kijken naar de hun zo vertrouwde omgeving. Als dat lukt ontdekken ze op steeds meer plekken zulke vormen. Al zoekend en fotograferend wijzen ze elkaar de plekken aan, brengen zowel die plek als de gevonden vormen onder woorden, moeten ze regelmatig overleggen of die vorm 'er ook bij hoort' en raken zo al kijkend en prattend vertrouwd met de essentiële kenmerken van deze vormen. De in foto's vastgelegde resultaten zullen voor de kleuters die er aan meededen verschillend zijn. De een zal zich vooral op de rechthoeken hebben geconcentreerd en die andere vormen nog even hebben gelaten voor wat ze zijn. Anderen hebben van alles wat gevonden, maar vooral de heel opvallende. Weer anderen hebben veel varianten gevonden, ook op minder voor de hand liggende plekken of zagen veel 'twijfelgevallen'. Wat benoem je dan als opbrengst?

2. Vermenigvuldigen

In groep 4 worden vermenigvuldigen en delen (in samenhang) voor het eerst expliciet aan de orde gesteld. Met de groep wordt (met een coöperatieve werkvorm) verkend wat ze al weten over deze begrippen. Met elkaar blijken ze al verschillende aspecten te kennen, maar apart zijn het slechts stukjes van de waarheid. Zo worden 'de tafels' genoemd, maar vermenigvuldigen is meer dan tafelenkennis. Nadat al die aspecten zijn

verzameld en vastgelegd, worden er enkele filmpjes bekeken. Steeds is de vraag: Zie je hierin iets dat past bij vermenigvuldigen en/of delen? Er zijn onder andere fragmenten van een limonadefabriek waar flesjes worden verpakt in sixpacks, van bollenvelden met bloembedden vol dezelfde tulpen, van kinderen die twee aan twee in de rij naar de gymzaal lopen, van een taartenbakkerij, waar taarten worden versierd met toefjes slagroom met een chocoladerondje erin. Na elk fragment mogen de kinderen in hun groepje bespreken wat de beelden met vermenigvuldigen en/of delen te maken kunnen hebben. Tenslotte wordt er met de hele groep gezocht naar een afbakening: wanneer is het vooral optellen en wanneer wordt het meer vermenigvuldigen? Wanneer is de situatie vooral delen en wanneer ligt het accent toch op vermenigvuldigen? Al vergelijkend blijken er meer antwoorden te kloppen, afhankelijk van de bril die je opzet. Vervolgens blijken de kinderen in de loop van de week spontaan op allerlei plekken vermenigvuldigen- en deelsituaties te herkennen, op school, maar ook onderweg en thuis. Wat is aan het eind van de week voor deze kinderen de opbrengst? Zal die voor allemaal hetzelfde zijn?

3. Procenten

In groep 7 zijn de procenten al in veel lessen aan de orde geweest. Sommige leerlingen herkennen precies wat de bedoeling is, en maken de opgaven van deze week zonder problemen. Anderen blijven moeite houden met het herkennen en toepassen van de relatie tussen breuk en percentage en/of tussen percentage en verhouding en/of tussen breuk en verhouding. Opgaven als $\frac{1}{4}$ van de bezoekers was ontevreden over het concert. Eén van elke tien bezoekers had geen mening. Hoeveel procent was wel tevreden?' vinden zij toch wel lastig. Aan het eind van het blok maken alle leerlingen dezelfde methodegebonden toets. Die toets brengt de verschillen tussen de groepen leerlingen keurig aan het

licht. Wat is de opbrengst van het oefenen met procenten in deze lessen?

Basisbegrippen

In de eerste twee voorbeelden zijn de activiteiten zo gekozen dat de leerlingen zelf actief kunnen zijn. Hoewel ze heel gericht bezig zijn, is er veel ruimte voor een eigen invulling en het benutten van hun voorkennis. Ze weten waarom het gaat en op basis daarvan handelen ze. Ze nemen waar, overleggen, vergelijken en trekken conclusies. Hun handelen sluit aan bij hun voorkennis, waardoor ze hun voorkennis kunnen benutten en tegelijk nieuwe inzichten opdoen en hun vaardigheden verder ontwikkelen. Aanvankelijk nog niet bewust, maar gaandeweg, door erover te praten en er feedback op te krijgen, steeds meer *wel* bewust.

Hier zien we hoe pedagogiek (de kunst van het opvoeden) en didactiek (de kunst van het onderwijzen) bijdragen aan mathetiek (de kunst van het leren). Dit laatste begrip is vreemd genoeg veel minder bekend. Het is afgeleid van de Griekse werkwoordsvormen voor leren: *mathein* en *manthanein*, resp. het resultaat van leren en het proces van leren. Het begrip Mathetiek is nota bene al in de 17^e eeuw geïntroduceerd door Comenius, dezelfde die ook het didactische gebruik van plaatjes (*Emblemata*) stimuleerde.

Het hanteren van dit begrip is een keuze: daardoor plaats je leren als een gelijkwaardige activiteit van elke leerling tegenover de didactiek, als activiteit van de leraar. Die twee horen dan bij elkaar: de didactiek is gericht op de mathetiek en de mathetiek floreert door de didactiek. De voorbeelden 1 en 2 laten dat zien. De activiteiten van de leerlingen worden geïnitieerd en begeleid vanuit de didactiek (en pedagogiek) van de leraar, maar krijgen vorm en inhoud door de mathetiek van de leerlingen.

Hoe anders blijkt het te gaan in voorbeeld 3. Hier is vanuit de didactiek een gemeenschappelijk doel voor de groep vastgesteld, zonder rekening

te houden met de mathetiek van deze leerlingen. Dat heeft zijn consequenties. Wie dat doel al min of meer beheerst, hoeft zich weinig in te spannen en ervaart daardoor weinig rendement. Wie eigenlijk nog niet toe is aan dat doel, moet zich erg inspannen, maar zonder het gewenste resultaat. Ook die leerlingen ervaren weinig rendement. Vanuit het oogpunt van mathetiek is het daardoor geen goede les. Het is echter de vraag of de leraar dat vanuit de didactiek ook zo ervaart. Een deel van de groep heeft immers de goede antwoorden! Die anderen zijn vast de zwakkere leerlingen, dus is het niet zo vreemd dat hun resultaten nog niet goed zijn. Deze leerlingen krijgen waarschijnlijk binnen het gehanteerde instructiemodel verlengde instructie... Dit voorbeeld illustreert wat er gebeurt als er vooral wordt gedifferentieerd in instructietijd en niet in doelen, doordat de verschillen in voorkennis niet worden gehonoreerd.

Opbrengstgericht werken in een rekenles gebeurt voorafgaand aan de toets: daar waar in de dagelijkse lessen nauwe afstemming plaats vindt van didactiek en mathetiek. Dat maakt dat de inspanningen en activiteiten van de leerlingen leiden tot door hen zelf herkende opbrengsten, op alle niveaus in de groep.

Leren of niet leren – dat is de kwestie

Bij het leren van rekenen/wiskunde speelt, als het om opbrengsten gaat, nog een ander aspect mee. Vaak wordt gedacht dat de opbrengst van een rekenles zoveel mogelijk goede antwoorden moet zijn. Dat is meestal niet juist. Tijdens het leerproces schuilt de vooruitgang (en dus de opbrengst) in de meeste gevallen in de manier van uitrekenen. Kinderen die in groep 3 nog veel één voor één tellen zullen de opgaven op dat niveau meestal wel van een correct antwoord kunnen voorzien. De bedoeling van de rekenlessen in groep 3 is echter de leerlingen juist van het tellen af te krijgen. Via het herkennen en benutten

Mentaal handelen	Verwoorden laten zien communiceren	Formele relaties en bewerkingen (formule)
		Voorstellen – schematisch (model van...)
		Voorstellen – concreet (afbeelding van...)
		Werkelijkheidssituaties doen - ervaren - zien gebeuren

van structuren en splitsingen komen ze uiteindelijk zover dat ze die basisoptellingen en -aftrekkingen steeds beter gaan herkennen, zodat ze tenslotte weten welke drie getallen bij elkaar horen. Dat proces van verkorting bepaalt de doelen van het oefenen en daarmee de beoogde opbrengst. In al die fasen tussen tellen en weten veranderen de antwoorden niet. Aan de antwoorden is dus niet af te lezen of het oefenen van de leerling tot de gewenste opbrengst heeft geleid. Sterker nog, door steeds die antwoorden na te (laten) kijken en daarop te reageren, wek je als leraar (onbedoeld?) de indruk dat het toch om die antwoorden gaat. Dat stimuleert de leerlingen juist om de manier van uitrekenen te blijven hanteren die vorige keren ook de juiste antwoorden opleverde. Anders gezegd: in plaats van de kinderen uit te dagen in hun zone van naaste ontwikkeling te stappen en verder te leren, stimuleer je de kinderen zo in hun comfortzone te blijven. Daar lopen ze weinig risico te 'falen', maar veel leren doen ze daar ook niet.

Ook hiermee wordt weer duidelijk hoe didactiek slechts effectief is als deze is afgestemd op mathetiek. Onderwijzen is leren mogelijk maken, heel letterlijk!

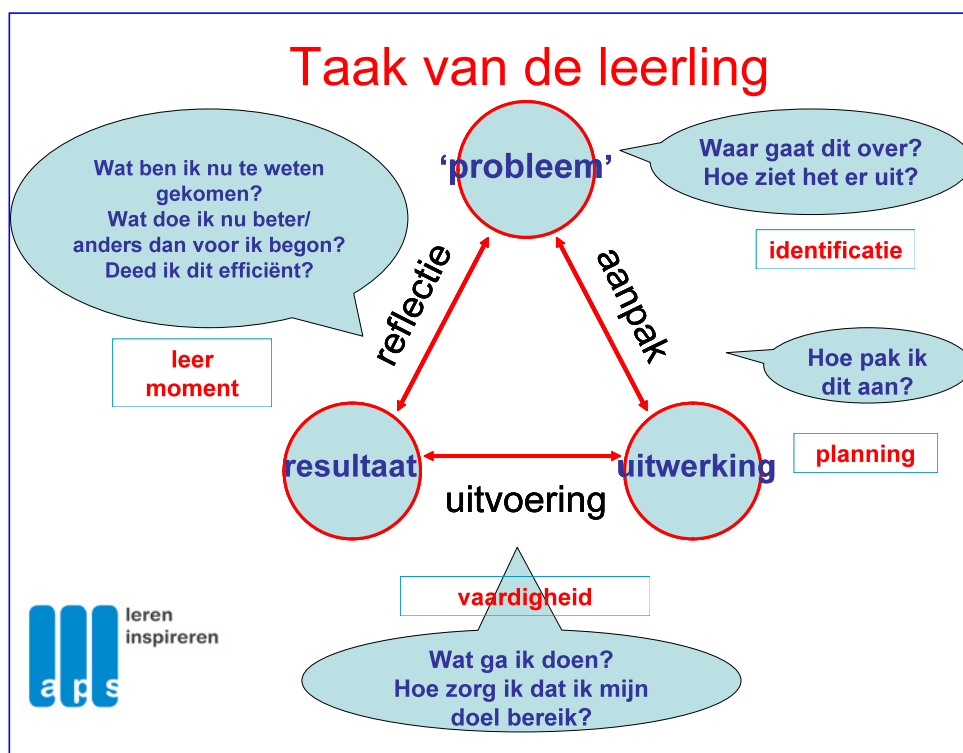
Handelingsmodel

Via het Protocol *Ernstige rekenwiskunde problemen en dyscalculie* (ERWD) zijn twee modellen verspreid die ondersteunend zijn voor de afstemming tussen lesgeven en leren.

1. Handelingsmodel uit Protocol ERWD – bewerkt door Dolf Janson

Het eerste model, het Handelingsmodel (zie afbeelding 1), gaat er van uit dat het leren van rekenen/wiskunde kan plaats vinden op verschillende niveaus van handelen. Je kunt een bewerking als $3+4$ uitspelen, je kunt het in een plaatje afbeelden, je kunt het als een model tekenen en je kunt het als een 'kale' formule noteren. Op elk van die vier niveaus van handelen is de bewerking uit te voeren. De bedoeling is om leerlingen vanuit die concrete ervaringen te stimuleren tot een volgend niveau van handelen. Dat betekent in de praktijk dat je niet zomaar kunt zeggen: 'Als het niet lukt, pak je de blokjes er maar bij!'. Werken met blokjes betekent rekenen op handlingsniveau 3, namelijk met een model dat de werkelijkheid goed representeert, maar waarin die context niet meer herkenbaar is. De vraag is dan of daarin het probleem schuilt. Een leerling die gestimuleerd moet worden niet meer één voor één te tellen heeft geen baat bij rekenen met blokjes: dat stimuleert dat tellen juist. Het correct hanteren van het Handelingsmodel helpt daardoor de didactiek af te stemmen op het leerproces waarin de leerling zit en met het bereiken van het resultaat waarnaar die leerling onderweg is.

Dit principe van niveaus van handelen kennen velen al van de ijsberg metafoor. In het Handelingsmodel zijn als het ware aan die ijsberg twee essentiële



2. Drieslagmodel uit Protocol ERWD – bewerkt door Dolf Janson

ele aspecten toegevoegd: op alle vier de niveaus moeten de leerlingen ook kunnen verwoorden wat er gebeurt en op alle niveaus van handelen moeten zij er een mentale voorstelling van kunnen maken. Die twee vaardigheden maken dat het handelen goed wordt opgeslagen in het geheugen en wendbaar wordt, dat wil zeggen toepasbaar in nieuwe situaties. Anders gezegd: deze toegevoegde vaardigheden maken leren beter mogelijk en dragen zo bij aan betere opbrengsten.

Drieslagmodel

Het andere model is bekend onder de naam Drieslagmodel (zie afbeelding 2). Het beschrijft de stappen die een leerling moet doorlopen om zelfstandig een rekenwiskunde 'probleem' aan te pakken.

De eerste stap is de identificatie van het probleem. Het gaat erom dat de leerling zichzelf vragen leert stellen als: waar gaat het over, hoe ziet dat eruit, wat wordt er eigenlijk gevraagd, herken ik de woorden die worden gebruikt? Op basis van deze informatie en de interpretatie daarvan, kiest de leerling een 'plan van aanpak'. Simpel gezegd: de leerling bedenkt vooraf wat er moet gebeuren om het probleem op te lossen. Als dat duidelijk is, komt

pas het uitrekenen: de leerling gebruikt de bewerkingen die nodig zijn en het handelniveau dat past bij de eigen vaardigheid om die bewerkingen uit te voeren. Tot slot kijkt de leerling terug op het resultaat (wat betekent mijn uitkomst in relatie tot het probleem waarmee ik begon, heb ik de vraag nu echt beantwoord?) en het proces (heb ik het probleem juist geïnterpreteerd, heb ik de goede aanpak gekozen, en heb ik de bewerking correct uitgevoerd?). Al deze stappen in het leerproces kunnen aanleiding zijn voor didactisch handelen van de leraar. Die stappen bepalen ook voor een belangrijk deel de differentiatie die de leraar moet toepassen in de les: leerlingen verschillen in de mate waarin ze al zelfstandig deze stappen kunnen doorlopen.

De hiervoor al genoemde valkuil voor veel leraren is met dit model ook helder te maken. Wie daarin trapt begint de instructie en/of hulp niet met vragen gericht op het leren identificeren, maar gaat direct naar de bewerking: hoe reken je het uit? Het gevolg is dat de kinderen niet kritisch naar de opgave leren kijken en niet leren om de essentie van een context of van een rijtje sommetjes te herkennen. Dat maakt het heel moeilijk om actief te

leren van het maken van die opgaven. Het doel wordt dan al snel: de bladzijde af hebben...

Daarmee wordt duidelijk dat opbrengstgericht werken alles te maken heeft met de kunst van het leren. De leerlingen moeten in staat gesteld worden daarin steeds beter te worden. Dat lukt alleen als de inhoud van wat er te leren valt centraal onder de aandacht wordt gebracht. Dat stelt specifieke eisen aan de didactiek. Dat vraagt van leraren dat zij thuis zijn in de leerstof en daarin niet afhankelijk zijn van hun methode. Opbrengstgericht werken vraagt iets wat we 'ambachtelijkheid' zouden kunnen noemen. Inderdaad: dat is de kunst van het lesgeven.

Literatuur

- Bronkhorst, J. (2005). *Basisboek ICT didactiek*. 2e Druk. HBuitgevers, Baarn.
- Groenestijn M. van, C. Borghouts & C. Jansen (2011). *Protocol ernstige rekenwiskunde problemen en dyscalculie*; Assen: Koninklijke Van Gorcum.
- Schlömerkemper, J. (2011) *Mathetik – lernen aus der sicht der lernenden* (op 22 juli 2011 gevonden op <http://www.schulpaed.de/de/mathetik-zusaetzl-text.html>)