

Kritisch denken bij rekenwiskundeonderwijs in het po

'Kritisch denken', als competentie binnen een onderwijssituatie, zoals een instructie of een oefenactiviteit, betekent in de eerste plaats ruimte krijgen om zelf te denken. Als het in de uitleg of de oefenopdracht alleen gaat over de oplossing(smanier) en alles is gericht op het kunnen noemen of noteren van dat ene goede antwoord, dan is er niet veel noodzaak om zelf te denken, laat staan kritisch te denken. In zulke situaties gaat het vooral om zorgvuldigheid en taakgerichtheid. Dat zijn competenties die in bepaalde situaties zeker nuttig kunnen zijn. Vanuit het beroepsperspectief van de basisschoolleerlingen van nu zijn dit echter kwaliteiten die voor rekenhandelingen vooral aan digitale tools of robots worden uitbesteed. Kritisch denken blijft ook dan de menselijke inbreng, die nodig is om de machine de juiste input te geven en om de vervolgens geproduceerde uitkomsten (antwoorden) te interpreteren en toe te passen.

Naast ruimte om zelf te mogen denken, is er ook een aanleiding, een reden tot kritisch denken nodig. Dat kritische komt tot uiting in een aantal vaardigheden. Om deze vaardigheden te kunnen inzetten, moet die inzet nut hebben. Vragen die weinig te kiezen laten en opgaven die al helemaal zijn 'dichtgetimmerd' vormen geen aanleiding om die vaardigheden in te zetten en zo te oefenen.

De vaardigheden die bij kritisch denken een rol spelen, zijn

- interpreteren, betekenis toekennen
- analyseren, onderscheiden en ordenen
- evalueren, vergelijken, er een waarde aan toekennen
- concluderen, consequenties overzien
- argumenteren, onderbouwen
- uitleggen, duidelijk verklaren

Het inzetten van deze vaardigheden veronderstelt een houding van nieuwsgierigheid, van zelfvertrouwen, van relativering en het zich bewust zijn van meerdere invalshoeken en mogelijkheden. Dit betekent dat er altijd een verkenning van een nieuw onderwerp voorafgaat aan een instructie (Hansen & Vaukins, 2012). In die verkenning gaat het altijd om het bewust worden en in beeld brengen van al aanwezige voorkennis. Die voorkennis omvat zowel ervaringen, als woorden en betekenissen, als (mentale) beelden. Het benoemen daarvan en zo mogelijk op een of andere manier zichtbaar maken zijn dan startactiviteiten. Daarna gaat het om het herkennen en analyseren van het probleem, dat door de nieuwe stap opgelost moet gaan worden.

Zo'n probleem kan zijn:

- *teveel moeten tellen (wat je oplost door op te tellen of af te trekken),*
- *een te lange of ingewikkelde berekening moeten maken (wat je oplost door een verkorte of handige oplossingsprocedure),*
- *het moeten optellen of aftrekken van breuken met een verschillende noemer (wat je oplost door die breuken gelijknamig te maken),*
- *enzovoort.*

In de rekendidactiek is het daardoor essentieel dat de fasen *begripsvorming en het verkennen en zich eigen maken van procedures* structureel zo zijn ingericht, dat kritisch denken wordt uitgelokt. Dit betreft de eerste twee fasen van het Hoofdlijnenmodel (Van Groenestein, Van Dijken & Janson, 2012), dat geldt bij elk nieuw rekenonderwerp. Als dit functioneel en toegespitst op die situatie gebeurt, zullen de leerlingen dat kritisch denken als betekenisvol ervaren, en niet als een verplicht trucje.

Bovendien moeten de leerlingen in zulke situaties de neiging om intuïtief en impulsief te reageren leren onderdrukken. Kahneman (2011) noemt dit denken vanuit systeem 1. Deze impulsieve manier van denken is in allerlei situaties nuttig, maar niet tijdens een leerproces. Bij denken vanuit systeem 2 zal iemand eerst nadenken en analyseren wat er aan de hand is, voordat hij/zij tot actie overgaat.

Als in klassen, waar leerlingen niet gewend zijn kritisch te denken, eindelijk wel een keer ruimte en aanleiding daartoe wordt geboden, zien we dat leerlingen dit niet herkennen. Zij proberen slechts de opdracht snel af te hebben, terwijl een deel van hen laat merken onzeker te worden van zo'n opdracht. Het beeld dat deze leerlingen hebben van 'leren rekenen', is blijkbaar heel beperkt. Zij zien het vaak als 'de taak maken' en zijn vooral gericht op de korte termijn. Dat geldt dan meestal ook voor andere vakken op die school, doordat het samenhangt met de manier van lesgeven waaraan de leerlingen gewend zijn. Kritisch denken als aspect van actief leren is dan voor hen niet vanzelfsprekend. Leeractiviteiten zijn voor hen slechts het uitvoeren van een opgelegde taak, en dat appelleert niet aan een actieve en kritische houding. Daardoor ervaren zij geen eigenaarschap en zien het niet als iets van henzelf.

Kritisch denken als integraal onderdeel van het proces van leren rekenen vraagt daardoor meer dan het af en toe aanbieden van een meer open opgave. Juist doordat er naast vaardigheden ook houdingsaspecten een grote rol spelen, vraagt kritisch leren denken een voortdurende aandacht hiervoor. Om dit te bereiken zijn een paar factoren van belang:

- de manier van introduceren van nieuwe onderwerpen,
- de vorm van instructie,
- de aard van de opgaven,
- de manieren van oefenen,
- het voorbeeldgedrag van de leraar,
- het object van feedback geven,
- de manier van evalueren en waarderen.

Het is niet toevallig dat dit allemaal aspecten zijn van de taak en rol van een leraar. Of leerlingen uit zichzelf een onderwerp of hun oefentaken op een kritisch denkende manier benaderen hangt sterk af van de ruimte die zij van hun leraar krijgen en van het nut dat zij ervaren van zo'n kritische aanpak. In lessen waarin de leraar start met het uitleggen van de oplossing en waarin slechts één antwoord goed kan zijn, zullen leerlingen niet zo snel zelf kritisch gaan denken.

M. van Groenestijn, G. van Dijken & D.J.Janson (2012). *Protocol Ernstige RekenWiskundeproblemen en Dyscalculie - VO*. Assen: Kon. Van Gorcum.

Hansen, A. & Vaukins, D. (2012). *Primary Mathematics Across the Curriculum*. London: SAGE – Learning Matters.

Kahneman, D. (2011). *Thinking fast and slow*. London: Pinguin Books Ltd.

Zelfregulering: de leerling regie laten voeren over het eigen leerproces

Om regie te kunnen voeren tijdens het eigen leerproces (of onderdelen daarvan) blijken zes vaardigheden van belang (Kruijer & Weger, 2016):

1. Relaties herkennen: verbanden leggen, analogieën herkennen, overeenkomsten en verschillen opmerken
2. Analyseren: te onderscheiden onderdelen herkennen, onderzoeken
3. Structuur aanbrengen: (anders) groeperen, schematiseren, ordenen naar kenmerk of functie
4. Oriënteren: voorbereiden door lezen, kijken en/of luisteren; reflectie vooraf
5. Plannen: activiteiten ordenen naar logische volgorde en plaatsen in tijd en ruimte; afspraken maken
6. Evalueren: nagaan of het doel (al) is gehaald en of de oriëntatie en planning effectief waren daarvoor.

De eerste drie vormen als het ware het gereedschap waarmee die regievoering inhoud en vorm kan krijgen. De vierde en de vijfde zijn vaardigheden die altijd nodig zijn en zo de meest invloed uitoefenen op het succes van die zelfregulering.

De laatste vaardigheid is essentieel om de regie doelgericht te laten blijven. Zonder evaluatie wint de activiteit het van het doel of de vorm van de functie. Een valkuil die we in het onderwijs maar al te goed kennen...

Voor succesvol zelfgestuurd leren blijken drie aspecten bepalend: cognitie, metacognitie en motivatie of affectie.

- a. Motivationale en/of affectieve factoren leveren de energie om het proces te beginnen, vol te houden en af te ronden. We kennen die factoren als competentie, autonomie en verbondenheid (Decy & Ryan, 1985, 2000). De leeractiviteit moet aansluiten bij de al aanwezige competenties en een bijdrage leveren aan het versterken en uitbreiden daarvan. De leerling moet daarbij ervaren dat hij/zij eigen keuze kan en mag maken en weten waarop die gericht moeten zijn. Tenslotte is het nodig dat de leerling ervaart dat het anderen (m.n. de leraar) wat kan schelen wat hij/zij doet en hoe en dat er altijd de mogelijkheid is om feedback en/of hulp te vragen aan anderen.
- b. Cognitieve factoren maken het de leerling mogelijk informatie te interpreteren, te onthouden en integreren met al aanwezige kennis en zo die kennis te verbreden en te verdiepen.
- c. Metacognitieve factoren stellen de leerling in staat de stappen en effecten in het eigen leerproces te herkennen, te analyseren, te plannen en te monitoren, om zo de voortgang en het resultaat te kunnen bewaken en evalueren. Reflectieve vaardigheden worden gevoed door dit type factoren.

Naast deze factoren spelen bij zelfregulatie ook de executieve vaardigheden (Sitskoorn, 2016) een belangrijke rol. Hoewel die voor een deel onder de eerdergenoemde vaardigheden en factoren zijn te rangschikken, is het toch goed om deze hier apart te vermelden. Het succes van leerprocessen in het primair onderwijs blijkt vaak meer toe te schrijven aan deze vaardigheden dan aan

vakinhoudelijke struikelpunten. Actief zorgen dat leerlingen steeds meer zelf de regie kunnen voeren over hun leerproces is ook om deze reden een belangrijke opdracht voor elke leraar.

Overzichtsstudies laten zien dat interventies die effectief bijdragen aan het zelfsturend leren van leerlingen in de klas worden gekenmerkt door het bewust maken en aanleren van cognitieve, metacognitieve en motivationele strategieën in relatie tot de leerinhoud (Dignath & Büttner, 2008). Hierdoor leren leerlingen hoe strategieën worden toegepast, onder welke omstandigheden deze strategieën het meest doelmatig zijn en welke voordelen dit oplevert. Tevens is het van belang dat leraren hun onderwijs leren afstemmen op verschillen tussen leerlingen (Boekaerts & Cascallar, 2006).

Bij het nastreven van zelfregulerend handelen bij leren rekenen moet de aandacht daarom uitgaan naar het bewust laten verwerven en toepassen van de genoemde vaardigheden. Dit kan echter niet zonder te zorgen voor de condities waarbinnen die vaardigheden moeten functioneren. Dat zijn de drie factoren hierboven plus de ruimte die de leraar de leerlingen geeft om een eigen voorbereiding, een eigen planning en eigen keuzes te kunnen maken.

Zelfregulerend leren is wat anders dan de door de leraar opgedragen taken netjes uitvoeren. Het beeld dat leraren, en in het verlengde daarvan hun leerlingen, hebben van rekenonderwijs staat soms wat haaks op zelfregulering. De nadruk op het produceren van goede antwoorden en het hechten aan vaste procedures leiden dan juist tot het beperken van de zelfregulering. Hooguit mogen leerlingen bepaalde oefenmomenten zelf plannen en/of mogen zij kiezen of ze aan de instructie willen meedoen.

Zelfregulerend leren vraagt wel een actieve rol van de leraar, maar dan vooral gericht op het uitdagen van leerlingen eigen keuzes te maken en die te monitoren. Het gaat dan niet om voorschrijven, maar om feedback geven en uitdagen. Vragenstellen en vragen terugspelen en zo vertrouwen in de leerlingen uitstralen zijn essentiële condities. Ook het goede voorbeeld geven, bijvoorbeeld door regelmatig even hardop te denken en mogelijkheden af te wegen, helpen de leerlingen zelf steeds meer de eigen regie te voeren.

Bronnen:

Boekaerts, M., Cascallar, E. (2006). How far have we moved toward integration of theory and practice in self-regulation? *Educational Psychology Review*, 18, 199-210. doi: 10.1007/s10648-006-9013-4

Deci, E.L. & Ryan, R.M. (1985). *Intrinsic motivation and self-determination in human behavior*. New York: Plenum Press.

Deci, E.L. & Ryan, R.M. (2000). The 'what' and 'why' of goal pursuits: human needs and the self-determination of behavior. In: *Psychology Inquiry* 11, 227-268.

Dignath, C., & Büttner, G. (2008). Components of fostering self-regulated learning among students: A meta-analysis on intervention studies at primary and secondary school level. *Metacognition & Learning*, 3, 231-264. doi: 10.1007/s11409-008-9029-x

Kruijer, S. & Weger, H. (2016). *Hoe kunnen leerlingen de regie over hun eigen leerproces voeren, zodat hun leerprestaties omhooggaan?* Kennisrotonde: www.wij-leren.nl.

Sitskoorn, M. (2016). *IK² – De beste versie van jezelf*. Deventer: Vakmedianet.

Wulp, D. van der (2016). *Zelf-gereguleerd leren is te leren!* Blogcollectief Onderzoek Onderwijs <https://onderzoekonderwijs.net/2016> .

Doorkijkjes naar lesmomenten waarin kritisch denken en/of zelfregulerend handelen bij aspecten van rekenwiskunde aan de orde zijn.

Leerjaren 1 en 2

A. Op zoek naar vormen

Een groepje van vier kleuters is twee-aan-twee in de school op zoek naar vormen. In de klas hebben ze samen besproken waaraan je een driehoek, een vierkant, rechthoek en een cirkel kunt herkennen. Nu moeten ze zoveel mogelijk verschillende plekken proberen te vinden waar zo'n vorm is te zien. Als ze het er samen over eens zijn welke vorm het is, moeten ze daarvan een foto maken. Koen denkt een vierkant te zien en wijst Talitha naar de plafondtegels in de hal. Talitha twijfelt: de meeste tegels zijn rechthoeken, maar deze zit aan het eind, tegen de muur en is inderdaad wat korter. "Hoe weet je dat?" vraagt ze. Koen wijst opnieuw en zegt: "Die zijanten zijn toch allemaal even lang!" "Ik weet het niet, je kan het niet zo goed zien, het is zo hoog..." En dan vervolgt ze: "Als we nou eerst een foto maken, dan hebben we hem dichtbij en dan kunnen we het beter zien. Als het dan geen vierkant is, dan bewaren we 'm als rechthoek!"

Trefwoorden kritisch denken:

interpreteren; analyseren; evalueren; concluderen; uitleggen

Trefwoorden rekenwiskunde:

geometrische vormen; vergelijken; benoemen; herkennen, begripsvorming

Trefwoorden zelfregulering:

Relaties herkennen; structuur aanbrengen; oriënteren; plannen; evalueren

Toelichting kritisch denken:

Hier vindt een combinatie plaats van kritisch waarnemen en kritisch denken, waarbij het overleg tussen de maatjes een essentieel element vormt. De namen en de kenmerken van de in de groep besproken vormen moeten aan vormen in de werkelijkheid getoetst worden. Dit vraagt denken vanuit systeem 2 en dus het onderdrukken van denken vanuit systeem 1. Die samenwerking stimuleert dit.

Toelichting rekenwiskunde:

Het gaat bij deze opdracht om het 'onderhandelen' over de kenmerken van deze vormen. Dit is ontleend aan de taalontwikkeling, waar men spreekt van *negotiation of meaning*, als het gaat om het verwerven van betekenissen. Door die combinatie van waarneming, verwoorden, afwegen en vaststellen staat de essentie van zo'n vorm centraal. Doordat de leerlingen zelf de vormen moeten opzoeken, gaan leerlingen ineens met wiskundige ogen naar hun omgeving kijken. Bovendien is het zo niet voorgekookt, zoals in veel speciaal daarvoor gemaakte 'werkjes'.

Toelichting zelfregulering:

Deze leerlingen gaan in duo's aan het werk. Er is veel afleiding onderweg, want ze mogen ook buiten het lokaal gaan zoeken naar vormen. Executieve vaardigheden als focussen, organiseren, impulsen onderdrukken, spelen dan een rol. Inhoudelijk vraagt de opdracht dat zij heel gericht zoeken en daarin samenwerken. Aangezien zij alle vier de vormen moeten proberen te vinden, is een zekere planning noodzakelijk, zodat ze niet alleen maar rechthoeken vastleggen. Ook de twijfel over de juistheid van hun interpretatie die af en toe optreedt, triggert om samen na te gaan of ze de kenmerken goed interpreteren. Het zelf foto's mogen maken werkt motiverend en stimuleert ook om met een resultaat terug te komen.

| Kritisch denken | De leerling... (activiteiten in algemene termen) | De leerling ... (activiteiten in dit voorbeeld) | Onderwijsactiviteiten bij dit voorbeeld |
|----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| interpreteren | Kan een onderwerp met eigen kennis en nieuw verworven informatie duiden | ... herkent verschillen tussen vormen van voorwerpen in de school ... geeft betekenis die verschillen, door ook te letten op de overeenkomsten. | <ul style="list-style-type: none"> • Opdracht, die volgt op een verkenning van vormen: in de school op zoek gaan naar die vier vormen en daarvan foto's maken. • Leerlingen werken in tweetallen en mogen pas een foto maken als ze het eens zijn over de vorm. |
| analyseren | Kan benodigde informatie verwerven, ordenen en structureren | ... herkent waaraan ze een bepaalde vorm kunnen herkennen | <ul style="list-style-type: none"> • Door de gesprekjes van elk tweetal, door goed te kijken en naar elkaars uitleg en argumenten te luisteren, ontdekken ze steeds beter wat essentiële kenmerken zijn. |
| | Kan gevonden informatie beoordelen op bruikbaarheid, betrouwbaarheid en representativiteit | ... onderscheidt en benoemt welke aspecten daarbij een rol spelen, zoals bij het verschil tussen een rechthoek en een vierkant. | |
| | Kan betekenisvolle vragen stellen | | |
| evalueren | Kan (vakinhoudelijke) argumenten of criteria gebruiken voor een waardering van of mening over een onderwerp | ... weegt de redenen om die de doorslag geven een vorm die bepaalde naam te geven | <ul style="list-style-type: none"> • De simpele vraag van de leraar: "Weet je het zeker?", steeds ook als het helemaal klopte, hielp om elke keer kritisch te zijn. • In de nabespreking hiervan vraagt de leraar wat ze van die zoektocht geleerd hebben. Zijn ze nu zekerder over hoe ze die vormen kunnen herkennen?. |
| | Kan belangen van mensen of groepen onderscheiden en brengt deze in verband met een ingenomen standpunt | ... reflecteert op eigen beeld van zo'n vorm: is dit echt zo, of toch anders? Waardoor dacht ik dat dan? | |
| | Kan zich verplaatsen in opvattingen, waarden en motieven van anderen | | |
| | Kan opvattingen, waarden en motieven van anderen vergelijken met die van zichzelf | | |
| | Kan ingenomen standpunten herkennen | | |
| | Kan vooroordelen herkennen | | |
| | Kan vooroordelen herkennen | | |
| concluderen | Kan conclusies trekken op basis van alle relevante informatie | ... stelt vast dat een vorm die bepaalde naam krijgt als hij aan die specifieke kenmerken voldoet.. | <ul style="list-style-type: none"> • De tweetallen geven een toelichting bij hun foto's op het digibord en vertellen waaraan zij nu herkennen wat het is en in sommige gevallen waardoor ze twijfelden |
| | Kan aangeven welke consequenties volgen uit de conclusies | | |
| | Accepteert kritiek van anderen en weegt die kritiek | | |

| | | | |
|------------------|------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| uitleggen | Kan de conclusie beargumenteren of onderbouwen | ... geeft een onderbouwing voor de getrokken conclusie: waardoor weet of denk ik dat? | <ul style="list-style-type: none"> De presentaties moeten zo helder zijn dat degenen die er niet bij waren, toch kunnen volgen hoe er geredeneerd en gekozen is. |
| | Kan uitleggen hoe het uiteindelijke oordeel tot stand is gekomen | ... vertelt de redenen om te twifelen aan de hand van voorbeelden, op een manier dat anderen het ook snappen. | |
| houding | Heeft een onderzoekende houding | ... is nieuwsgierig en vraagt zich af waardoor iets is zoals het is. | Deze houdingsaspecten worden bevorderd door <ul style="list-style-type: none"> Ruimte om eigen keuzes te doen, maar wel met de begrenzing dat elke keuze uitgelegd moet kunnen worden. nieuwsgierige vragen van de leraar om samen te bespreken; de noodzaak om foto's te maken, maar wel pas nadat het duo het eens was. Er waren voldoende elementen en voorwerpen waarin deze vormen te herkennen waren, voorhanden. Er was echt wat te kiezen. |
| | Wil goed geïnformeerd zijn | ... heeft een onderzoekende houding en wil de dingen die hij/zij bedenkt uitproberen. | |
| | Heeft vertrouwen in het eigen vermogen tot redeneren | ... wil weten hoe iets (in elkaar) zit. | |
| | Staat open voor verschillende wereldbeelden | ... is optimistisch over de eigen mogelijkheden om antwoorden te vinden op de eigen vragen. | |
| | Accepteert dat iemand een andere mening kan hebben | ... staat open voor het bestaan van verschillende manieren om iets te ervaren of betekenis te geven. | |
| | Gaat respectvol om met de mening van anderen | ... accepteert dat iemand een andere mening kan hebben dan hij/zij zelf | |
| | Is zich bewust van mogelijke persoonlijke vooroordelen | ... lacht anderen die iets anders zien of ervaren niet uit. | |
| | Is zorgvuldig in oordelen | ... is zich bewust dat de eigen mening ook niet kan kloppen. | |
| | Is bereid om eigen zienswijzen te heroverwegen of te herzien | ... wil eerst meer weten voordat hij/zij een mening geeft. | |

B. Sorteren maar...

Het is herfst en dat kun je zien rondom de school: het blad van de bomen en struiken verkleurt en valt af. Overal liggen bladeren, grote en kleine en in allerlei kleuren en vormen. Nadat ze daar in de kring even over gepraat hebben, gaat een aantal kleuters later die ochtend spontaan bladeren verzamelen. Als Nienke, hun leraar, dat ziet geeft ze hen een paar emmers om ze in te doen, want 'dan kunnen we nog wat doen met die bladeren!' Dat levert vier volle emmers op...

Na de lunchpauze nodigt Nienke leerlingen die dat willen uit om even mee te denken over wat ze zouden kunnen doen met al die bladeren. Een flink groepje verzamelt zich in een kring om de emmers. "Zouden die bladeren allemaal van dezelfde boom zijn?" zegt Nienke hardop denkend, terwijl ze uit elke emmer een handje bladeren pakt en op de grond uitstrooit. "Neeee!" reageren de meeste kleuters meteen. "Hoe zie je dat, het staat er toch niet op?" Na wat heen en weer praten besluiten ze om de bladeren te sorteren: soort bij soort. ("Hé, hoor je dat: 'sorteren' is soort bij soort leggen! Weten we dat ook weer...", zegt Nienke terwijl ze de emmers verdeelt over het groepje.) De kinderen pakken allemaal stapeltjes bladeren en beginnen ze neer te leggen. Maar dan merkt er een dat 'dezelfde soort' nog niet zo vanzelfsprekend is. Moeten ze dezelfde vorm hebben of even groot zijn of dezelfde kleur hebben? Er ontstaat discussie, terwijl anderen ondertussen gewoon doorgaan met stapeltjes maken... Dan komt Nienke even tussenbeide: "Er zijn dus drie dingen waarnaar je kunt kijken: de grootte, de vorm en de kleur. Als we nu eens drie groepjes maken. Eén groepje sorteert een emmer op grootte, het tweede groepje sorteert de bladeren op vorm en het derde groepje doet dat op kleur. Dan kunnen we daarna eens kijken wat we dan te weten kunnen komen over die bladeren." En zo gingen ze aan het werk...

Trefwoorden kritisch denken:

Interpreteren; analyseren; argumenteren; uitleggen

Trefwoorden rekenwiskunde:

begrippen ('hetzelfde' en 'verschillend'; 'groot' en 'klein'; 'meeste' en 'minste'); tellen; begripsvorming

Toelichting kritisch denken:

Deze activiteit is bedoeld om de kleuters bewust te maken van verschillende perspectieven. Daardoor is de rol van de leraar hier cruciaal. Enerzijds door voorbeeldgedrag (uiten van verwondering bijvoorbeeld), anderzijds door vragen te stellen die de leerlingen aan het denken zetten.

Om verschillen te herkennen is kritische waarneming nodig, maar ook een onderbouwing van de keuze. Waarom leg ik dit blad bij deze serie en dat blad bij een andere? Waar ligt de grens tussen groot en klein? Wanneer noem ik het blad geel en wanneer bruin, als beide kleuren erop voorkomen? En hoe zorgen we ervoor dat we op dezelfde manier gaan kiezen? Dat vraagt steeds preciezer verwoorden en argumenten noemen. Ten slotte kunnen er nog conclusies getrokken worden over de aantallen: waarvan zijn er de meeste en waarvan de minste? En hoe weet je dat?

Toelichting rekenwiskunde:

Bij deze activiteit gaat het weer om vormen, maar nu niet om de standaard geometrische figuren. De kern is ordenen, en dan hier ook in combinatie met hoeveelheden, zoals het aantal variaties of het aantal van dezelfde soort. Door de verwantschap tussen bladvormen is kritisch waarnemen van belang. Het wiskundige aspect is vooral dat de kleur en de grootte niet de doorslag geven, maar de kenmerken van de vorm. Het abstraheren van die kenmerken stimuleert een wiskundige houding, waarbij niet het anekdotische, maar de algemene geldigheid de doorslag geven.

| Kritisch denken | De leerling... (activiteiten in algemene termen) | De leerling ... (activiteiten in dit voorbeeld) | Onderwijsactiviteiten bij dit voorbeeld |
|----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| interpreteren | Kan een onderwerp met eigen kennis en nieuw-verworven informatie duiden | ... herkent dat er een grote variatie aan bladeren is. ... geeft betekenis aan die verschillen door de veronderstelling dat die verschillen verwijzen naar groepen met een gezamenlijk kenmerk: die horen bij elkaar, want die groeien bij elkaar aan dezelfde boom of struik. | <ul style="list-style-type: none"> • Confrontatie met vondsten op het plein en omgeving: bladeren in verschillende vormen, groottes en kleuren. • Problematiseren door de leraar: komen de bladeren van dezelfde boom? Nee natuurlijk, maar hoe zie je welke wel van dezelfde boom of struik komen? |
| analyseren | Kan benodigde informatie verwerven, ordenen en structureren | ... herkent waardoor de verschillen tussen de gevonden bladeren bepaald worden. | <ul style="list-style-type: none"> • Door drie groepjes eerst op één dimensie te laten sorteren, wordt daarna beter duidelijk welke aspecten de herkomst van een blad bepalen • In de nabesprekingsmomenten krijgen de leerlingen de kans om samen te komen tot een meer precieze indeling van de bladeren. |
| | Kan gevonden informatie beoordelen op bruikbaarheid, betrouwbaarheid en representativiteit | ... onderscheidt en benoemt welke aspecten van een blad het verschil veroorzaken. | |
| | Kan betekenisvolle vragen stellen | | |
| evalueren | Kan (vakinhoudelijke) argumenten of criteria gebruiken voor een waardering van of mening over een onderwerp | ... weegt het belang van kleine verschillen: is dat een andere soort of is het alleen een beetje anders, maar wel van dezelfde soort | <ul style="list-style-type: none"> • Tijdens de bespreking van wat elke groep gevonden heeft, blijkt dat ze elkaars informatie nodig hebben om een goede ordening te maken. • De leraar vraagt hoe ze dit nu het best kunnen oplossen: de leerlingen komen met het voorstel om de groepjes te mixen en ook hun bladeren opnieuw te verdelen. |
| | Kan belangen van mensen of groepen onderscheiden en brengt deze in verband met een ingenomen standpunt | ... reflecteert op eigen redeneringen : hoeveel verschillende bomen en struiken staan er eigenlijk op en rond het plein? | |
| | Kan zich verplaatsen in opvattingen, waarden en motieven van anderen | | |
| | Kan opvattingen, waarden en motieven van anderen vergelijken met die van zichzelf | | |
| | Kan ingenomen standpunten herkennen | | |
| | Kan vooroordelen herkennen | | |
| concluderen | Kan conclusies trekken op basis van alle relevante informatie | ... stelt vast welke kenmerken bepalend zijn bij het onderscheiden van soorten | <ul style="list-style-type: none"> • De leerlingen krijgen de kans om een tentoonstelling in te richten. Enkelens proberen samen met |
| | Kan aangeven welke consequenties volgen uit de conclusies | | |

| | | | |
|------------------|------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | Accepteert kritiek van anderen en weegt die kritiek | | leerlingen uit een hogere groep bij de verschillende bladvormen namen te vinden, zodat die erbij gezet kunnen worden. |
| uitleggen | Kan de conclusie beargumenteren of onderbouwen | ... geeft een onderbouwing voor de getrokken conclusie: waardoor weet of denk ik dat? | <ul style="list-style-type: none"> • Leerlingen uit andere groepen mogen komen kijken en krijgen uitleg erbij. De 'gidsen' bereiden dit in tweetallen voor. |
| | Kan uitleggen hoe het uiteindelijke oordeel tot stand is gekomen | ... vertelt welke soorten bladeren er zijn en waaraan je kunt zien of het dezelfde soort is. | |
| houding | Heeft een onderzoekende houding | ... is nieuwsgierig en vraagt zich af waardoor iets is zoals het is. | Deze houdingsaspecten worden bevorderd door <ul style="list-style-type: none"> – Een probleem voor te leggen waarvoor niet direct een oplossing voorhanden is – de mogelijkheden om zelf (met een groepje) uit te proberen welke oplossing werkt; – nieuwsgierige vragen van de leraar en uitdagende opdrachten om samen te bespreken; – er een breder thema van te maken, waardoor ieder gelegenheid krijgt er langer over na te denken en door ervaringen en verhalen van anderen zodig meer inzicht te verwerven. |
| | Wil goed geïnformeerd zijn | ... heeft een onderzoekende houding en wil de dingen die hij/zij bedenkt uitproberen . | |
| | Heeft vertrouwen in het eigen vermogen tot redeneren | ... wil weten hoe iets (in elkaar) zit. | |
| | Staat open voor verschillende wereldbeelden | ... is optimistisch over de eigen mogelijkheden om antwoorden te vinden op de eigen vragen. | |
| | Accepteert dat iemand een andere mening kan hebben | ... staat open voor het bestaan van verschillende manieren om iets te ervaren of betekenis te geven. | |
| | Gaat respectvol om met de mening van anderen | ... accepteert dat iemand een andere mening kan hebben dan hij/zij zelf | |
| | Is zich bewust van mogelijke persoonlijke vooroordelen | ... lacht anderen die iets anders zien of ervaren niet uit . | |
| | Is zorgvuldig in oordelen | ... is zich bewust dat de eigen mening ook niet kan kloppen. | |
| | Is bereid om eigen zienswijzen te heroverwegen of te herzien | ... wil eerst meer weten voordat hij/zij een mening geeft. | |

Leerjaren 3 en 4

A. Getallen

Op het digibord staan vier cijfers, elk op een 'kaartje': 2, 4, 6 en 8.

"Met cijfers kun je getallen maken", zegt Jalou, de leraar van de groep. "Als dit de cijfers zijn die je hebt, bedenk dan eens wat het kleinste getal is dat je kunt maken? Eerst even zelf denken en dan vergelijken met je schoudermaatje." Al snel klinkt er een duidelijk 'gezoem' door de groep. Leerlingen willen vragen stellen, maar Sandra zegt: "Bedenk zelf maar een oplossing die jou goed lijkt. Gebruik je eigen argumenten, dan horen we die straks wel." Als even later de oplossingen genoemd worden, blijken sommigen alle cijfers te hebben gebruikt en anderen alleen de 2. "Wie heeft er nu gelijk?" wil een leerling weten. Sandra reageert met een vraag: "Wat denk je zelf?" "Ik weet het niet, het kan misschien wel allebei" zegt de leerling wat aarzelend. "Horen jullie dat?" reageert Sandra enthousiast. "Hoe kan het dat op mijn vraag niet een, maar twee antwoorden goed kunnen zijn? Wie kan dat eens uitleggen?" "Dat hangt van de spelregels af", zegt een meisje met een grijns. "Als je afspreekt dat je alle kaartjes moet gebruiken, dan komt er wat anders uit dan wanneer het ook met één kaartje mag."

Trefwoorden kritisch denken:

interpreteren; concluderen; argumenteren; uitleggen

Trefwoorden rekenwiskunde:

getallen; cijfers; cijferpositie; positiewaarde; begripsvorming

Toelichting kritisch denken:

In deze les doet de leraar iets dat kenmerkend is voor het stimuleren van kritisch denken: ze laat ontdekken dat oplossingen afhangen van wat je met elkaar of met jezelf afspreekt. In dit voorbeeld zijn er maar twee mogelijkheden, maar dat doet niets af aan het principe: je moet, voor je begint, je eerst realiseren dat er wat te kiezen is.

Toelichting rekenwiskunde:

Het benutten van de cijferposities om de grootte van een getal te beïnvloeden is hier de achterliggende bedoeling. Het herkennen van de invloed van die posities vraagt (snelle) analyse. Door te mogen spelen met die posities gericht op de 'grootste' of de 'kleinste', leren de leerlingen die kritische blik en de bijpassende redenering ontwikkelen

| Kritisch denken | De leerling... (activiteiten in algemene termen) | De leerling ... (activiteiten in dit voorbeeld) | Onderwijsactiviteiten bij dit voorbeeld |
|----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| interpreteren | Kan een onderwerp met eigen kennis en nieuw- verworven informatie duiden | ... herkent dat de cijfers in een getal op verschillende plekken kunnen staan en dat er dan een ander getal en dus een andere hoeveelheid wordt weergegeven. ... geeft betekenis aan die cijfers door voorkennis van de positiewaarde toe te passen en zo te beredeneren welk getal groter zal zijn. | <ul style="list-style-type: none"> • Confrontatie met vier cijfers die samen een getal moeten vormen • Problematiseren door de leraar: maakt het uit hoe je die cijfers gebruikt? • Wat is het kleinste getal dat je met deze cijfers kunt maken? |
| analyseren | Kan benodigde informatie verwerven, ordenen en structureren | ... herkent dat hoe meer naar links in een getal hoe meer dat cijfer waard is. | <ul style="list-style-type: none"> • Door in tweetallen te laten overleggen wat het kleinste getal is dat met deze cijfers mogelijk is, moeten de kenmerken en mogelijkheden benoemd en zo vergeleken worden. • Daardoor komen ze ook op de vraag of alle cijfers gebruikt moeten worden of dat het ook met één mag. |
| | Kan gevonden informatie beoordelen op bruikbaarheid, betrouwbaarheid en representativiteit | ... onderscheidt en benoemt de verschillende posities in een getal: duizenden, honderden, ... | |
| | Kan betekenisvolle vragen stellen | | |
| evalueren | Kan (vakinhoudelijke) argumenten of criteria gebruiken voor een waardering van of mening over een onderwerp | ... weegt de mogelijkheden door nog eens kritisch te kijken of er inderdaad geen andere oplossing mogelijk is. | <ul style="list-style-type: none"> • Tijdens de bespreking van wat elke groep gevonden heeft, blijkt dat er twee oplossingen mogelijk zijn. • De leraar vraagt hoe dat kan: de leerlingen komen dan zelf met de oplossing: het hangt af van wat je afsprekt... De leraar benadrukt dit als een belangrijk inzicht: het is geen fout, maar het gevolg van een andere benadering en beide zijn dan correct |
| | Kan belangen van mensen of groepen onderscheiden en brengt deze in verband met een ingenomen standpunt | ... reflecteert op eigen redeneringen: hoe handig heb ik dit aangepakt? Was het me direct duidelijk waarop ik moest letten? Hoe kan het dat anderen een andere keuze hebben gemaakt? | |
| | Kan zich verplaatsen in opvattingen, waarden en motieven van anderen | | |
| | Kan opvattingen, waarden en motieven van anderen vergelijken met die van zichzelf | | |
| | Kan ingenomen standpunten herkennen | | |
| | Kan vooroordelen herkennen | | |
| concluderen | Kan conclusies trekken op basis van alle relevante informatie | ... stelt vast wat een getal groter of kleiner maakt, als je let op de verschillende positiewaarden | <ul style="list-style-type: none"> • De leerlingen krijgen de kans om dit inzicht toe te passen met zelfgekozen cijfers en zowel met grootste als kleinste getal en met getallen op volgorde zetten. |
| | Kan aangeven welke consequenties volgen uit de conclusies | | |
| | Accepteert kritiek van anderen en weegt die kritiek | | |
| uitleggen | Kan de conclusie beargumenteren of onderbouwen | ... geeft een onderbouwing voor de getrokken conclusie: waardoor hoef ik nu niet meer te aarzelen en weet ik het meteen? | <ul style="list-style-type: none"> • Leerlingen mogen dit ook met meer cijfers uitproberen en dan uitleggen hoe het werkt. |
| | Kan uitleggen hoe het uiteindelijke oordeel tot stand is gekomen | ... vertelt helder waarnaar je kijkt en hoe je dan kiest. | |
| houding | Heeft een onderzoekende houding | ... is nieuwsgierig en vraagt zich af waardoor iets is zoals het is. | Deze houdingsaspecten worden bevorderd door |
| | Wil goed geïnformeerd zijn | | |

| | | | |
|--|--------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | Heeft vertrouwen in het eigen vermogen tot redeneren | <p>...heeft een onderzoekende houding en wil de dingen die hij/zij bedenkt uitproberen. ...wil weten hoe iets (in elkaar) zit. ...is optimistisch over de eigen mogelijkheden om antwoorden te vinden op de eigen vragen. ...staat open voor het bestaan van verschillende manieren om iets te ervaren of betekenis te geven. ...accepteert dat iemand een andere mening kan hebben dan hij/zij zelf ...lacht anderen die iets anders zien of ervaren niet uit. ...is zich bewust dat de eigen mening ook niet kan kloppen. ...wil eerst meer weten voordat hij/zij een mening geeft.</p> | <ul style="list-style-type: none"> - met een probleem te starten waarvoor meer dan één oplossing is - de mogelijkheden om zelf (met een groepje) uit te proberen welke oplossing werkt; - nieuwsgierige vragen van de leraar en uitdagende opdrachten om samen te bespreken; - het vervolgens breder te maken en zo te laten generaliseren, waardoor ieder ervaart hoe de eigen voorkennis en verworven inzichten een snelle kritische aanpak van volgende problemen mogelijk maken |
| | Staat open voor verschillende wereldbeelden | | |
| | Accepteert dat iemand een andere mening kan hebben | | |
| | Gaat respectvol om met de mening van anderen | | |
| | Is zich bewust van mogelijke persoonlijke vooroordelen | | |
| | Is zorgvuldig in oordelen | | |
| | Is bereid om eigen zienswijzen te heroverwegen of te herzien | | |

B. Welke sommen?

De leerlingen van leerjaar 4 bedenken na de introductie steeds wat voor hen het doel van hun oefenen wordt. Welke stap moet zij zetten om de bewerking korter, vlotter of handiger uit te voeren en welke keuzes moeten ze dan leren maken? Zodra ze dat weten zoeken ze in hun boek opgaven die daarbij passen of bedenken die zelf.

Natasja wil oefenen met aftrekken met afgeronde getallen. Wanneer is het dan handiger om het getal groter te maken en wanneer kleiner? En wanneer moet je dan weer wat erbij tellen en wanneer juist eraf? Ze snapt het wel, maar vindt het nog wat lastig om dat snel te herkennen. In haar groep is afgesproken, dat als je wilt oefenen met herkennen en kiezen, je dat dan mondeling met een maatje moet doen. Daarom vraagt ze Patrick, want die wilde dat ook oefenen.

Trefwoorden kritisch denken:

interpreteren; analyseren; concluderen; uitleggen

Trefwoorden rekenwiskunde:

getallen; optellen & aftrekken; afronden; compenseren; lege getallenlijn; herkennen; procedurele vaardigheden / vlot rekenen

Trefwoorden zelfregulering:

relaties herkennen; analyseren; schematiseren; volgorde bepalen; evalueren.

Toelichting kritisch denken:

Veel rekenstof vraagt als eerste stap 'herkennen wat er aan de hand is' om vervolgens daaruit de conclusie te kunnen trekken welke keuzes je dan moet

maken. Ook voor het uitvoeren van de bewerking 72-28 via de afronding van een van beide (meestal het tweede) getallen, is zo'n situatie.

Deze leerlingen is geleerd dat dit het beste te oefenen is door die herkenning en die onderbouwing van die keuzes, te verwoorden aan een maatje. Die moet dan kritisch luisteren en meedenken en zo komen zij samen tot routines.

Bovendien blijkt uit dit voorbeeld dat oefenen vaak niet slechts nodig is als je iets niet kunt of snapt, maar dat oefenen vaker is gericht op het verkorten of versnellen van de bewerking en dat heeft dan dikwijls weer te maken met het vlot herkennen van de essentiële informatie uit de opgaven. Ook dat vraagt een kritische benadering van het probleem.

Toelichting zelfregulering:

Hier hebben de leerlingen het vertrouwen gekregen, dat zij zelf kunnen herkennen aan welk doel zij moeten werken en op welke manier. Daaraan is wel wat voorwerk voorafgegaan, want leerlingen moeten de juiste informatie hebben en durven kiezen.

In dit voorbeeld zijn ze al zover. Natasja laat zien dat zij weet wat haar verbeterpunten zijn, hoe ze zo'n doel moet aanpakken en ook dat zij weet met wie zij kan samenwerken. Allemaal voorbeelden van doordacht handelen, eigen keuzes maken en zich daarvoor verantwoordelijk voelen. Dit lukt doordat het een concreet en overzichtelijk doel is, waarbij ze al een mentaal beeld heeft van hoe het moet worden.

Toelichting rekenwiskunde:

Afronden is geen trucje, maar een bewijs van inzicht in de samenhang tussen getallen. Na het snappen van het principe (dat o.a. met twee stroken is zichtbaar te maken) gaat het erom dat je snel herkent wat bij een bepaalde berekening het beste past. Afronden is geen doel, maar een middel, dus moet duidelijk zijn waardoor de berekening eenvoudiger te maken is. Het feit dat leerlingen dit herkennen als hun doel illustreert dat in die groep de ontwikkeling van de leerlingen uitgangspunt is en niet het rekenboek, zodat dat de leerlingen zich eigenaar kunnen voelen en initiatief nemen.

| Kritisch denken | De leerling... (activiteiten in algemene termen) | De leerling ... (activiteiten in dit voorbeeld) | Onderwijsactiviteiten bij dit voorbeeld |
|----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| interpreteren | Kan een onderwerp met eigen kennis en nieuw verworven informatie duiden | ... herkent wat het betekent om af te ronden. ... geeft betekenis aan de essentie van wat er daarvoor te oefenen is: herkennen welke vorm past bij welke situatie. | <ul style="list-style-type: none"> • Er is ruimte om te werken aan het eigen (zelf herkende) doel en dat ook zelf te organiseren met een maatje. • De eerste fase (begripsvorming) heeft effect gehad. |
| analyseren | Kan benodigde informatie verwerven, ordenen en structureren | ... herkent welke verschillen er zijn tussen de verschillende opgaven waar afronding mogelijk is | <ul style="list-style-type: none"> • Door samen te werken met een maatje, moeten ze samen overleggen wat belangrijk is. Daardoor moeten goed kijken, redeneren en onderbouwen en naar elkaar luisteren als de ander dat doet. |
| | Kan gevonden informatie beoordelen op bruikbaarheid, betrouwbaarheid en representativiteit | ... onderscheidt en benoemt welke aspecten doorslaggevend zijn bij het kiezen van een aanpak | |
| | Kan betekenisvolle vragen stellen | | |

| | | | |
|--------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| evalueren | Kan (vakinhoudelijke) argumenten of criteria gebruiken voor een waardering van of mening over een onderwerp | ... weegt de redenen om af te ronden is het hier zinvol, moet het naar boven of naar beneden en hoe ver dan? | <ul style="list-style-type: none"> Nadat ze samen een poosje allerlei getallen hadden uitprobeerde, gaven ze elkaar een som op: lukt het nu vlot de juiste keuze te maken? Naast zelf bewijzen of het nu lukte, ging het ook om bij de ander na te gaan of die het correct deed. Als ook dat lukte gaf dat zelfvertrouwen. |
| | Kan belangen van mensen of groepen onderscheiden en brengt deze in verband met een ingenomen standpunt | ... reflecteert op eigen redeneringen om na te gaan hoe vanzelfsprekend die keuze al gemaakt wordt. | |
| | Kan zich verplaatsen in opvattingen, waarden en motieven van anderen | | |
| | Kan opvattingen, waarden en motieven van anderen vergelijken met die van zichzelf | | |
| | Kan ingenomen standpunten herkennen | | |
| | Kan vooroordelen herkennen | | |
| concluderen | Kan conclusies trekken op basis van alle relevante informatie | ... stelt vast of het oefenen het beoogde effect heeft gehad en of het doel nu bereikt is. | <ul style="list-style-type: none"> Ze moeten voor zichzelf en voor elkaar nagaan of het doel al is bereikt. Een vorm van formatieve evaluatie. |
| | Kan aangeven welke consequenties volgen uit de conclusies | | |
| | Accepteert kritiek van anderen en weegt die kritiek | | |
| uitleggen | Kan de conclusie beargumenteren of onderbouwen | ... geeft -als bewijs van het bereikte doel- een toelichting aan de leraar bij de gekozen manier van afronden. De vlotheid en correcte onderbouwing bewijzen dat deze stap inderdaad is gezet. | <ul style="list-style-type: none"> De leraar heeft hen uitgenodigd te bewijzen dat het is gelukt hun doel te bereiken. Ze krijgen elk drie gevarieerde opgaven die ze mondeling uitleggen. |
| | Kan uitleggen hoe het uiteindelijke oordeel tot stand is gekomen | | |
| houding | Heeft een onderzoekende houding | ... is leergierig en vraagt zich af wat nodig is om dit te gaan beheersen ... heeft een onderzoekende houding en wil de dingen die hij/zij bedenkt uitproberen wil weten hoe je dat handig afronden en weer goed compenseren makkelijk kunt herkennen. is optimistisch over de eigen mogelijkheden om dat te gaan herkennen. ... staat open voor het feedback van het maatje en neemt zelf die taak ook serieus ... accepteert dat iemand een andere keuze maakt dan hij/zij zelf, mits die wordt onderbouwd ... lacht anderen niet uit die wat meer moeite moeten doen dan hij/zij zelf. ... is zich bewust dat hij/zij zelf ook een foute keuze kan maken | Deze houdingsaspecten worden bevorderd door <ul style="list-style-type: none"> Duidelijkheid over wat er te leren is en ruimte om dat zelf in te vullen; de mogelijkheden om daarmee actief aan de slag te gaan; samenwerking met een maatje met eenzelfde doel de mogelijkheid om het bewijs te leveren zodra ze zelf denken daarvoor klaar te zijn |
| | Wil goed geïnformeerd zijn | | |
| | Heeft vertrouwen in het eigen vermogen tot redeneren | | |
| | Staat open voor verschillende wereldbeelden | | |
| | Accepteert dat iemand een andere mening kan hebben | | |
| | Gaat respectvol om met de mening van anderen | | |
| | Is zich bewust van mogelijke persoonlijke vooroordelen | | |
| | Is zorgvuldig in oordelen | | |
| | Is bereid om eigen zienswijzen te heroverwegen of te herzien | | |

C. Tafels

Na de tafels van 2, 3, 5 en 10, die zowel vermenigvuldigend als delend zijn opgebouwd en verkend, is er een volgende tafel aan de beurt. De leerlingen kunnen zelf wel bedenken welke tafels nog aan bod moeten komen. Onderling hebben ze al voorspeld welke nu aan de beurt is. Dan vraagt Myra, de leraar van groep 4: "Welke sommen van de tafels die nog niet aan de beurt zijn geweest, ken je nu toch al? Bespreek dat eens samen met je oefengroepje." Al snel worden er in alle groepjes sommen opgeschreven. Als ze eenmaal doorhebben, dat je sommen kunt omdraaien, dan kennen ze alle sommetjes met 1x, 2x, 3x, 5x en 10x al, bij alle tafels tot en met tien. Dat geldt ook voor de deeltafels, waarin :1, :2, :3, :5 en :10 al bekend zijn. Dan vraagt Cynthia: "Welke tafel zou nu handig zijn om te kiezen als volgende? Bespreek dat eens samen?" Ook nu moeten de leerlingen in kleine groepjes argumenten verzamelen en onderbouwen met voorbeelden. Zonder het te merken zijn ze intensief bezig met de keer- en deelsommen.

Tenslotte bespreken ze de argumenten en de daarbij gekozen voorbeelden. Als alle groepjes hun verhaal hebben gedaan, vertelt Cynthia dat de leerlingen op grond van deze argumenten nu zelf mogen kiezen met welke tafel ze nu verder gaan.

Trefwoorden kritisch denken:

interpreteren; analyseren; argumenteren; evalueren; uitleggen

Trefwoorden rekenwiskunde:

vermenigvuldigen en delen; tafels; gebruik voorkennis; procedurele vaardigheden

Trefwoorden zelfregulering:

relaties herkennen; analyseren; volgorde bepalen; evalueren; keuze maken.

Toelichting kritisch denken:

In deze les doet de leraar een beroep op de ervaringen met eerdere tafels en op het begrip van de samenhang tussen tafels. Dat gebeurt wel met een doel: de logica herkennen en onderbouwen van de volgorde waarin ze tafels verkennen en de samenhang leren gebruiken. Hierdoor stimuleert de leraar een actievere betrokkenheid, maar ook een grotere vertrouwdheid met die tafels. Het wordt door deze kritische analyse meer iets van de leerlingen.

Toelichting zelfregulering:

De leerlingen worden in de actieve stand gezet. Niet alleen moeten ze nagaan wat die tafels met elkaar verbindt, maar ook analyseren hoe dat behulpzaam kan zijn bij het verder verkennen van de nog ontbrekende tafels. Dat zij tenslotte op grond van de verschillende argumenten zelf mogen kiezen met welke tafel ze verder gaan, maakt deze gesprekken betekenisvol. Het stimuleert de eigen verantwoordelijkheid en daagt uit tot een persoonlijke planning van de leerroute door de tafels.

Toelichting rekenwiskunde:

Het gaat erom dat de leerlingen zich steeds weer bewust zijn van hun voorkennis. Hier is die extra nuttig: hoe meer tafels te hebben gedaan, hoe minder nieuwe sommen er in de nog volgende overblijven. Dat benadrukt niet alleen dat die tafels niet moeilijker, maar juist gemakkelijker worden. Het levert de leerlingen opnieuw het bewijs dat kritisch nadenken voor je begint heel nuttig is: het scheelt een hoop werk als je herkent wat je al blijkt te weten.

| Kritisch denken | De leerling... (activiteiten in algemene termen) | De leerling ... (activiteiten in dit voorbeeld) | Onderwijsactiviteiten bij dit voorbeeld |
|----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| interpreteren | Kan een onderwerp met eigen kennis en nieuw verworven informatie duiden | ... herkent welke voorkennis van keer- en deeltafels al bekend is. ... geeft betekenis aan die voorkennis t.b.v. het gebruik bij een volgende tafel. | <ul style="list-style-type: none"> • Gesprek over de relatie tussen wat al bekend is en wat nog gaat komen • Via een uitdagende vraag gaan de leerlingen het eigenbelang herkennen bij voorkennis gebruiken om iets nieuws bij te leren. |
| analyseren | Kan benodigde informatie verwerven, ordenen en structureren | ... herkent welke tafelsommen uit de al bekende tafels in een volgende tafel weer een rol spelen. | <ul style="list-style-type: none"> • Door overleg in de oefengroepjes, uitproberen en oproepen van eerdere ervaringen komen verschillende mogelijkheden naar voren. • De vervolgvraag van de leraar geeft een nieuwe impuls, doordat de leerlingen nu niet alleen naar de korte termijn moeten kijken, maar ook wat daarna komt erbij moeten betrekken. |
| | Kan gevonden informatie beoordelen op bruikbaarheid, betrouwbaarheid en representativiteit | ... onderscheidt en benoemt welke sommen in de nieuwe tafel dan nog overblijven. | |
| | Kan betekenisvolle vragen stellen | | |
| evalueren | Kan (vakinhoudelijke) argumenten of criteria gebruiken voor een waardering van of mening over een onderwerp | ... weegt de redenen om een volgende tafel te kiezen door aan te nemen dat die volgende tafel daarna weer werkt als voorkennis voor de daaropvolgende. | <ul style="list-style-type: none"> • Het gaat nu om kenmerken van tafels en de relatie tussen getallen te gebruiken bij het kiezen van de volgorde. • Het aardige is dat niet zozeer nieuwe kennis daarvoor nodig is, maar vooral een flexibel gebruik van al aanwezige kennis wordt gevraagd. |
| | Kan belangen van mensen of groepen onderscheiden en brengt deze in verband met een ingenomen standpunt | ... reflecteert op eigen ervaringen hoe heb ik de vorige keren die voorkennis eigenlijk benut? | |
| | Kan zich verplaatsen in opvattingen, waarden en motieven van anderen | | |
| | Kan opvattingen, waarden en motieven van anderen vergelijken met die van zichzelf | | |
| | Kan ingenomen standpunten herkennen | | |
| | Kan vooroordelen herkennen | | |
| concluderen | Kan conclusies trekken op basis van alle relevante informatie | ... stelt vast welke tafelvogorde dan nu de voorkeur heeft. | <ul style="list-style-type: none"> • In de groepsbespreking komen de verschillende mogelijkheden aan de orde, waarbij voorbeelden en argumenten de hoofdrol spelen en niet wie er nu gelijk heeft. |
| | Kan aangeven welke consequenties volgen uit de conclusies | | |
| | Accepteert kritiek van anderen en weegt die kritiek | | |

| | | | |
|------------------|------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| uitleggen | Kan de conclusie beargumenteren of onderbouwen | ... geeft een onderbouwing voor de getrokken conclusie: waardoor weet ik dat? | <ul style="list-style-type: none"> • Tenslotte gaat het erom dat alle betrokken leerlingen snappen waardoor bepaalde tafels handiger zijn om eerst te leren dan andere. • Wie dat nog niet direct door heeft kan dat op een later moment nog eens doorspreken met een leerling die dit goed kan uitleggen. |
| | Kan uitleggen hoe het uiteindelijke oordeel tot stand is gekomen | ... vertelt de redenen om deze volgorde te kiezen en geeft de onderbouwing daarvan, op een manier dat anderen het ook snappen. | |
| houding | Heeft een onderzoekende houding | ... is nieuwsgierig en vraagt zich af waardoor voorkennis van eerdere tafels zo handig mogelijk is te gebruiken. ... heeft een onderzoekende houding en wil de dingen die hij/zij bedenkt uitproberen wil weten hoe die samenhang tussen tafels (in elkaar) zit. ... is optimistisch over de eigen mogelijkheden om antwoorden te vinden op die vragen. ... staat open voor het bestaan van verschillende keuzes, die elk ook te verdedigen zijn.. ... accepteert dat iemand een andere keuze maakt dan hij/zij zelf ... lacht anderen die iets anders zien of ervaren niet uit is zich bewust dat de eigen keuze ook niet de beste kan blijken te zijn. ... wil eerst meer weten door het uit te proberen voordat hij/zij hardop zegt wat de handigste volgorde is. | Deze houdingsaspecten worden bevorderd door <ul style="list-style-type: none"> – Het doorbreken van een standaardvolgorde van de tafels door die volgorde ter discussie te stellen; – de mogelijkheden om zelf aan de slag te gaan met argumenten en voorbeelden; – nieuwsgierige vragen van de leraar en uitdagende opdrachten om samen te bespreken; – het direct consequenties te laten hebben voor wat daarna geoefend gaat worden. |
| | Wil goed geïnformeerd zijn | | |
| | Heeft vertrouwen in het eigen vermogen tot redeneren | | |
| | Staat open voor verschillende wereldbeelden | | |
| | Accepteert dat iemand een andere mening kan hebben | | |
| | Gaat respectvol om met de mening van anderen | | |
| | Is zich bewust van mogelijke persoonlijke vooroordelen | | |
| | Is zorgvuldig in oordelen | | |
| | Is bereid om eigen zienswijzen te heroverwegen of te herzien | | |

Leerjaren 5 en 6

A. Een halve week.

De week zou eindigen met een vrije dag voor de leerlingen, want er was een studiedag voor het team. "Het is dus eigenlijk maar een halve week", zei Eric, de leraar van de groep. "Tenminste..., bijna. Maar, eh, misschien kunnen we er wel een 'halvenweek' van maken." Het blijft even stil. Een halvenweek, wat is dat nou weer? "Ja, jullie vragen je nu af of je iets gemist hebt, of jullie hadden moeten weten wat een halvenweek is. Nee hoor, wees maar gerust. Die halvenweek heb ik net bedacht. We gebruiken op allerlei momenten het woord half of halve of halfje. Meestal doe je dat zonder dat je het zelf in de gaten hebt. Net als ik zonet: ik noemde deze week een halve week, omdat er een dag aan ontbreekt. Goed, ik heb een idee: laten we allemaal deze korte week op zoek gaan naar het woord 'half' (of halve of halfje). Steeds als je een voorbeeld hoort of leest of als je zo'n

voorbeeld herinnert, dan schrijf je dat op. Hoe werd het gezegd of hoe stond het er? Wat bedoelde men ermee? Was het echt de helft, of maar een beetje, net als deze week? Donderdag verzamelen we alle voorbeelden op het bord achterin de klas. Bedenk alvast maar eens hoeveel we er zullen vinden! Ik zeg 'we', want ik ga zelf ook meedoen."

Trefwoorden kritisch denken:

interpreteren; analyseren; concluderen; uitleggen

Trefwoorden rekenwiskunde:

breuken; begripsvorming; rekentaal

Toelichting kritisch denken:

In dit voorbeeld doet de leraar aan 'problematiseren': iets ogenschijnlijk gewoons ineens in de schijnwerper zetten en ter discussie stellen. In plaats van een instructie over wat 'half' is, gaan de leerlingen zelf op zoek en onderzoeken hun voorkennis en hun omgeving op dat begrip. Zij moeten eerst zelf interpreteren en analyseren en pas aan het eind zal de leraar de groep helpen hieruit conclusies te trekken. Maar dan heeft iedere leerlingen er al over nagedacht, heeft voorbeelden verzameld en gezien van anderen en heeft vast ook al ontdekt dat 'half' nogal verschillend wordt gebruikt.

Toelichting rekenwiskunde:

Hier gaat het opnieuw om het benutten van voorkennis, maar ditmaal om de kennis van het gebruik van bepaalde woorden, als halve en helft. Juist door daarvan voorbeelden te laten verzamelen wordt weer duidelijk dat de leerlingen al veel weten en ervaringen hebben met die woorden. Dat geeft vertrouwen en maakt ook nieuwsgierig naar het gebruik daarvan.

| Kritisch denken | De leerling... (activiteiten in algemene termen) | De leerling ... (activiteiten in dit voorbeeld) | Onderwijsactiviteiten bij dit voorbeeld |
|-----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| interpreteren | Kan een onderwerp met eigen kennis en nieuw verworven informatie duiden | ... herkent dat woorden als halve en half bekend zijn. ... geeft betekenis deze woorden vanuit de eigen ervaringen daarmee. | <ul style="list-style-type: none"> • Problematiseren van bekende woorden door de leraar. • Door iets dat bekend is bewust te maken en vervolgens belangrijk voor een volgende stap bij leren rekenen. |
| analyseren | Kan benodigde informatie verwerven, ordenen en structureren | ... herkent in welke situaties die woorden halve, half en helft gebruikt worden. | <ul style="list-style-type: none"> • Door ruimte te krijgen eerst na te denken en voorbeelden te verzamelen, komt er ook meer info over de omstandigheden waarin zo'n woord is gebruikt. • Bij het noteren van die voorbeelden op de muur, groeit ook de motivatie en onderlinge betrokkenheid. |
| | Kan gevonden informatie beoordelen op bruikbaarheid, betrouwbaarheid en representativiteit | ... onderscheidt en benoemt wat je weet als je die woorden in een concrete situatie gebruikt, of hoort gebruiken. | |
| | Kan betekenisvolle vragen stellen | | |

| | | | |
|--------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| evalueren | Kan (vakinhoudelijke) argumenten of criteria gebruiken voor een waardering van of mening over een onderwerp | ... overdenkt de voorbeelden waarin zo'n woord werd gebruikt. Welke betekenis had het daar? | <ul style="list-style-type: none"> Tijdens de dagen blijkt het noteren en navragen van ervaringen leerlingen aan het denken te zetten. |
| | Kan belangen van mensen of groepen onderscheiden en brengt deze in verband met een ingenomen standpunt | ... reflecteert op eigen redenen om zo'n woord te gebruiken: was iets dan precies doormidden, of was het alleen kleiner, net als deze schoolweek? | <ul style="list-style-type: none"> In de nabespreking hiervan vraagt de leraar om eens te bedenken wanneer ze zelf zo'n woord gebruiken of moeten begrijpen doordat een ander het gebruikt. |
| | Kan zich verplaatsen in opvattingen, waarden en motieven van anderen | | |
| | Kan opvattingen, waarden en motieven van anderen vergelijken met die van zichzelf | | |
| | Kan ingenomen standpunten herkennen | | |
| | Kan vooroordelen herkennen | | |
| concluderen | Kan conclusies trekken op basis van alle relevante informatie | ... stelt vast of nu duidelijk is wat die woorden betekenen en wanneer je welk woord gebruikt | <ul style="list-style-type: none"> Op donderdag wordt de inventarisatie bekeken en besproken. Zo wordt, mede door het te laten demonstreren met materiaal, duidelijk of er een juist en gevarieerd beeld ontstaat van wat een halve of een helft nu precies is. |
| | Kan aangeven welke consequenties volgen uit de conclusies | | |
| | Accepteert kritiek van anderen en weegt die kritiek | | |
| uitleggen | Kan de conclusie beargumenteren of onderbouwen | ... geeft een onderbouwing voor de getrokken conclusie: waardoor weet of denk ik dat iets een halve of helft is? | <ul style="list-style-type: none"> Het gaat er nu om een onderbouwing te kunnen geven wanneer er sprake is van een halve of van de helft In tweetallen bespreken de leerlingen dit even voor. |
| | Kan uitleggen hoe het uiteindelijke oordeel tot stand is gekomen | ... vertelt de redenen om helft of halve te gebruiken, en wanneer juist niet en doet dit op een manier die anderen ook snappen . | <ul style="list-style-type: none"> Tenslotte mogen de tweetallen aan andere tweetallen vertellen wanneer volgens hen sprake is van een halve.. |
| houding | Heeft een onderzoekende houding | ... is nieuwsgierig en vraagt zich af wat iets nu tot een halve maakt en of dat altijd zo is. | Deze houdingsaspecten worden bevorderd door <ul style="list-style-type: none"> - Aan te sluiten bij aanwezige voorkennis, maar die niet als vanzelfsprekend en door iedereen hetzelfde gekend en gelijk geïnterpreteerd te beschouwen; - de mogelijkheden om met die woorden eigen voorbeelden te verzamelen en te laten toetsen; - nieuwsgierige vragen van de leraar en uitdagende opdrachten om samen te bespreken; - er een paar dagen de tijd voor te geven, waardoor ieder gelegenheid krijgt er langer over na te denken en door ervaringen en verhalen |
| | Wil goed geïnformeerd zijn | ... heeft een onderzoekende houding en wil de dingen die hij/zij bedenkt uitproberen . | |
| | Heeft vertrouwen in het eigen vermogen tot redeneren | ... wil weten wanneer je iets wel een halve noemt, terwijl het niet precies een halve is | |
| | Staat open voor verschillende wereldbeelden | ... is optimistisch over de eigen mogelijkheden om antwoorden te vinden op deze vragen. | |
| | Accepteert dat iemand een andere mening kan hebben | ... staat open voor het bestaan van verschillende manieren dat uit te leggen en te bewijzen met voorbeelden. | |
| | Gaat respectvol om met de mening van anderen | ... accepteert dat iemand een andere onderbouwing kan geven dan hij/zij zelf, die toch klopt | |
| | Is zich bewust van mogelijke persoonlijke vooroordelen | ... lacht anderen die iets anders zien of ervaren niet uit . | |
| | Is zorgvuldig in oordelen | | |
| | Is bereid om eigen zienswijzen te heroverwegen of te herzien | | |

| | | | |
|--|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | | <p>...is zich bewust dat de eigen invulling van de betekenis ook niet helemaal kan kloppen.</p> <p>...wil eerst meer weten voordat hij/zij van mening verandert</p> | <p>van anderen een rijker beeld van de betekenis en de toepassing te verzamelen, die later ook van nut zal zijn bij andere breuken.</p> |
|--|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

B. Oppervlakkig

"Je hebt allemaal wel gehoord van een vierkante meter", begon Faya, leraar in groep 5. "Maar hoe ziet dat er nu uit? Is een vierkante meter altijd vierkant?" Ze wachtte even en voegde er toen aan toe: "Je mag niet met alleen 'ja' of 'nee' antwoorden, je moet uitleggen en bewijzen dat je antwoord klopt. En dat mag je samen met je maatje doen. Morgen bespreken we jullie antwoorden en bewijzen. Ik ben heel benieuwd!"

Trefwoorden kritisch denken:

interpreteren; analyseren; evalueren; argumenteren; uitleggen

Trefwoorden rekenwiskunde:

oppervlakte; standaardmaat; begripsvorming; rekentaal

Toelichting kritisch denken:

Het gedachteloos gebruiken van een aangeleerde term is een belemmering voor een effectieve toepassing. Om dit te doorbreken stelt de leraar deze vraag. Het is opnieuw een voorbeeld van problematiseren: je zegt immers 'vierkante', terwijl het de vraag is of je dan altijd aan een vierkant moet denken. Door te eisen een bewijs (een onderbouwing) te leveren voor het antwoord en samen te werken met een medeleerling, bevordert de leraar dat de leerlingen kritisch denkend te werk gaan.

Toelichting rekenwiskunde:

De standaardmaat voor oppervlakte is gebaseerd op een echt vierkant, vandaar de naam. De toepassing is natuurlijk niet alleen voor vierkanten en fungeert die vierkante meter meer als een metafoor. Hier gaat het erom de leerlingen bewust te maken van het verschil tussen het woord, en de letterlijke betekenis daarvan, en de maat, die van toepassing is op elk oppervlak, ongeacht de vorm.

| Kritisch denken | De leerling... (activiteiten in algemene termen) | De leerling ... (activiteiten in dit voorbeeld) | Onderwijsactiviteiten bij dit voorbeeld |
|-----------------|-------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| interpreteren | Kan een onderwerp met eigen kennis en nieuw verworven informatie duiden | <p>...herkent de aanduiding vierkante meter.</p> <p>...geeft betekenis aan die term door die te verbinden met oppervlakte, maar zoekt naar een passend beeld daarbij</p> | <ul style="list-style-type: none"> Gesprek over de term m^2 n.a.v. het voorkomen daarvan in een voorleesboek. "Daar kom ik straks nog even op terug" had Faya gezegd toen ze aan het voorlezen was. |

| | | | |
|--------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| analyseren | Kan benodigde informatie verwerven, ordenen en structureren | ... herkent dat een vierkante meter in ieder geval een vierkant van een meter bij een meter kan zijn. | <ul style="list-style-type: none"> • Door gesprekjes in tweetallen, door rond te kijken en na te denken en op elkaar te reageren, wordt wel duidelijk dat een vierkante meter niet altijd precies vierkant kan zijn. • In het nabesprekingsmoment krijgen de leerlingen per tweetal de kans te benoemen wat zij denken gevonden te hebben. |
| | Kan gevonden informatie beoordelen op bruikbaarheid, betrouwbaarheid en representativiteit | ... onderscheidt en benoemt situaties waarin er natuurlijk sprake is van een oppervlakte, maar niet van die afmetingen, zoals het tafeltje waarachter je zit op school of het digibord. De wijzerplaat van de klok boven de deur is rond, maar heeft wel een oppervlakte: is er ook zoiets als een 'ronde meter'? | |
| | Kan betekenisvolle vragen stellen | | |
| evalueren | Kan (vakinhoudelijke) argumenten of criteria gebruiken voor een waardering van of mening over een onderwerp | ... noemt redenen waarom een vierkante meter te groot is, maar een vierkante decimeter of centimeter beter zou passen ... | <ul style="list-style-type: none"> • Tijdens de uitwerking wordt duidelijk dat er wel andere maten zijn, maar dat die ook altijd vierkant genoemd worden. • Daarom vraagt de leraar om eens te bedenken of dat slim is als er heel andere vormen gemeten moeten worden. |
| | Kan belangen van mensen of groepen onderscheiden en brengt deze in verband met een ingenomen standpunt | ... reflecteert op eigen redenen om daarvoor te kiezen en realiseert zich dan dat daarmee die vierkante vorm nog steeds bestaat. Klopt dat wel?? | |
| | Kan zich verplaatsen in opvattingen, waarden en motieven van anderen | | |
| | Kan opvattingen, waarden en motieven van anderen vergelijken met die van zichzelf | | |
| | Kan ingenomen standpunten herkennen | | |
| | Kan vooroordelen herkennen | | |
| concluderen | Kan conclusies trekken op basis van alle relevante informatie | ... stelt vast of de maat bruikbaar is, ook bij niet vierkante vormen. | <ul style="list-style-type: none"> • De volgende dag wordt door de leerlingen de conclusie getrokken dat die vierkante vorm wel een maat kan zijn, maar dat je bij vooral ronde of gebogen vormen niet heel precies met vierkantjes kunt rekenen. Dan wordt het meer schatten. |
| | Kan aangeven welke consequenties volgen uit de conclusies | ... begrijpt de consequentie van dit probleem: dat kan wel maar dan door een soort robot. | |
| | Accepteert kritiek van anderen en weegt die kritiek | | |
| uitleggen | Kan de conclusie beargumenteren of onderbouwen | ... geeft een onderbouwing voor de getrokken conclusie: waardoor weet of denk ik dat? | <ul style="list-style-type: none"> • De leraar verzamelt de ideeën en vertelt iets over de zoektocht van wiskundigen naar de oppervlakte van cirkelvormige figuren. • Los daarvan moet de maat bij het formaat passen, en kun je onregelmatige figuren schatten, door ook te kijken naar de vorm van wat ontbreekt, buiten de figuur. |
| | Kan uitleggen hoe het uiteindelijke oordeel tot stand is gekomen | ... vertelt de redenen waarom afwijkende vormen niet precies genoeg gemeten kunnen worden geeft daarom de onderbouwing daarvan, op een manier dat anderen het ook snappen. | |
| houding | Heeft een onderzoekende houding | ... is nieuwsgierig en vraagt zich af hoe dit is op te lossen | Deze houdingsaspecten worden bevorderd door <ul style="list-style-type: none"> – het verhaal, waarin ineens |
| | Wil goed geïnformeerd zijn | ... heeft een onderzoekende houding en wil de dingen die hij/zij bedenkt uitproberen. | |
| | Heeft vertrouwen in het eigen vermogen tot redeneren | | |

| | | | |
|--|--------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | Staat open voor verschillende wereldbeelden | <p>...wil weten hoe het met die oppervlaktematen (in elkaar) zit.</p> <p>...is optimistisch over de mogelijkheid om eigen oplossingen te bedenken</p> <p>...staat open voor het bestaan van moeilijker manieren om dit te berekenen dan die hij/zij eerst zelf dacht.</p> <p>...accepteert dat iemand een andere oplossing kan vinden dan hij/zij zelf</p> <p>...lacht anderen die iets anders zien of ervaren niet uit.</p> <p>...is zich bewust dat de eigen mening ook niet kan kloppen.</p> <p>...wil eerst meer weten voordat hij/zij een mening geeft.</p> | <p>perspectiefwisseling plaats vindt;</p> <ul style="list-style-type: none"> - de mogelijkheden om zelf de oppervlakte van elke willekeurige figuur te kunnen berekenen wordt niet al bij voorbaat ontkend of ontraden - nieuwsgierige vragen van de leraar en uitdagende opdrachten om samen te bespreken; - door er vaker in die week op terug te komen en door het steeds heel concreet en tastbaar te maken. |
| | Accepteert dat iemand een andere mening kan hebben | | |
| | Gaat respectvol om met de mening van anderen | | |
| | Is zich bewust van mogelijke persoonlijke vooroordelen | | |
| | Is zorgvuldig in oordelen | | |
| | Is bereid om eigen zienswijzen te heroverwegen of te herzien | | |

Leerjaren 7 en 8

A. Aanbiedingen

De leerlingen hadden de opdracht gehad om de websites van supermarkten te bekijken en daar aantrekkelijke aanbiedingen te zoeken. Aantrekkelijk vanwege de korting, want ze hoefden het aangeboden product niet aantrekkelijk te vinden...

Uit wat de leerlingen hadden gevonden selecteerde Mattis, hun leraar, vier reclamevarianten en noteert die op het bord:

- a. 2 voor de prijs van 1
- b. de 2^e voor de halve prijs
- c. 3 halen 2 betalen
- d. alle soorten 25% korting

Toen vroeg hij aan de leerlingen: stel dat het allemaal over dezelfde soort producten gaat, bijvoorbeeld flessen cola. Welke winkel zou je dan kiezen, a, b, c of d? Bespreek dat met je buur. Zorg dat je allebei kunt uitleggen waarom je die kiest.

Trefwoorden kritisch denken:

interpreteren; analyseren; evalueren; concluderen; uitleggen

Trefwoorden rekenwiskunde:

percentages; vergelijken; toepassen

Toelichting kritisch denken:

Aanbiedingen zijn vaak moeilijk vergelijkbaar, doordat de formulering en het gehanteerde uitgangspunt verschillend zijn. In deze les moeten de leerlingen iets bedenken om ze wel te kunnen vergelijken. Dat vraagt enerzijds het doorgronden van de gebruikte taal en zich een beeld kunnen vormen van wat elk het voordeel is.

In het verlengde daarvan moeten ze zich een rekenkundige voorstelling kunnen maken: welk deel van de prijs (van elke fles) hoef je niet te betalen?
 Oppervlakkig lezen (systeem 1) werkt hier zeker niet. Door het samen te bespreken en misschien te tekenen kunnen de leerlingen elkaar helpen achter de betekenis te komen, zodat ze daarna een conclusie kunnen trekken. Aardige bijkomstigheid is dat twee aanbiedingen eenzelfde korting opleveren, alleen onder verschillende condities. Die condities kunnen ook meegewogen worden. Als ik maar één fles nodig heb, of maar geld heb voor één fles, maak ik dan een andere keuze, dan wanneer dat geen rol speelt?

Toelichting rekenwiskunde:

Hier staat de rol van taal, zoals die in de dagelijkse toepassing van rekenen steeds voorkomt, centraal. De leerlingen moeten dergelijke zinnetjes kunnen vertalen in beelden (hoe ziet dat eruit?) en in (verhoudings)getallen (hoe verhoudt wat ik moet betalen zich tot de normale prijs?). Het gebruik van een eenvoudig model, zoals de strook, kan voor sommige leerlingen de steun zijn die zij nodig hebben om te kunnen vergelijken.

| Kritisch denken | De leerling... (activiteiten in algemene termen) | De leerling ... (activiteiten in dit voorbeeld) | Onderwijsactiviteiten bij dit voorbeeld |
|----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| interpreteren | Kan een onderwerp met eigen kennis en nieuw verworven informatie duiden | ... herkent dit soort aanbiedingen. ... geeft betekenis aan deze zinnen door ze te verbinden met begrippen als 'voordeel' en 'korting'. | <ul style="list-style-type: none"> Na de verzamelopdracht, waarin de leerlingen al met het onderwerp reclame en aanbiedingen bezig zijn geweest, maakte de leraar een toespitsing, door vier varianten onder elkaar te zetten. |
| analyseren | Kan benodigde informatie verwerven, ordenen en structureren | ... herkent waarin de te betalen prijs afwijkt van de normale prijs. | <ul style="list-style-type: none"> Door gesprekjes in duo's, moeten de leerlingen achterhalen en overereenkomsten zijn tussen deze vier aanbiedingen. De leraar loopt langs en luistert mee en stelt soms een vraag, met name als hij de indruk heeft dan een duo te oppervlakkig blijft. |
| | Kan gevonden informatie beoordelen op bruikbaarheid, betrouwbaarheid en representativiteit | ... onderscheidt en benoemt welke effecten die aanbiedingen hebben op de prijs van dit product, maar ook onder welke condities die korting wordt gegeven. | |
| | Kan betekenisvolle vragen stellen | | |
| evalueren | Kan (vakinhoudelijke) argumenten of criteria gebruiken voor een waardering van of mening over een onderwerp | ... weegt de redenen voor de ene of de andere aanbieding te kiezen, met name als de prijs nu gelijk is. | <ul style="list-style-type: none"> Tijdens de voorbereiding op de presentatie van de uitkomsten checkt elk tweetal de houdbaarheid van hun keuze: waren er geen instinktjes verstopt? In de nabespreking hiervan vraagt de leraar om de volgende dag kritisch te luisteren of een andere groep precies dezelfde keuze heeft gemaakt, of toch een andere. Daarbij gaat het niet alleen om de |
| | Kan belangen van mensen of groepen onderscheiden en brengt deze in verband met een ingenomen standpunt | ... reflecteert op de zinvolheid van de eigen redenen om voor een van de aanbiedingen te kiezen | |
| | Kan zich verplaatsen in opvattingen, waarden en motieven van anderen | | |
| | Kan opvattingen, waarden en motieven van anderen vergelijken met die van zichzelf | | |

| | | | |
|--------------------|------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | Kan ingenomen standpunten herkennen | | prijs, maar ook om het argument. |
| | Kan vooroordelen herkennen | | |
| concluderen | Kan conclusies trekken op basis van alle relevante informatie | ... stelt vast of valide argumenten worden gebruikt om een gemaakte keuze te verantwoorden | <ul style="list-style-type: none"> De volgende dag worden de keuzes gepresenteerd aan de anderen in de groep. Deze keuzes zijn conclusies op grond van reken- en redeneerwerk. Kloppen die wel allemaal? |
| | Kan aangeven welke consequenties volgen uit de conclusies | | |
| | Accepteert kritiek van anderen en weegt die kritiek | | |
| uitleggen | Kan de conclusie beargumenteren of onderbouwen | ... geeft een onderbouwing voor de getrokken conclusie: waardoor kiezen wij dit? | <ul style="list-style-type: none"> De andere leerlingen moeten steeds nagaan of het steekhoudende argumenten zijn die worden genoemd. Tenslotte mogen de tweetallen aan de andere tweetallen vertellen wat zij hebben gekozen en waarom |
| | Kan uitleggen hoe het uiteindelijke oordeel tot stand is gekomen | ... vertelt de redenen om een aanbieding de voorkeur te geven, zo dat anderen het ook snappen . | |
| houding | Heeft een onderzoekende houding | ... is nieuwsgierig en vraagt zich af hoe je snel kan herkennen wat een grotere korting is. | Deze houdingsaspecten worden bevorderd door |
| | Wil goed geïnformeerd zijn | ... heeft een onderzoekende houding en wil de dingen die hij/zij bedenkt uitproberen : bv. hoe kan ik het zo formuleren dat het voordeliger lijkt maar niet is . | <ul style="list-style-type: none"> De gegevens te ontlenen aan de werkelijkheid, die bovendien door de leerlingen zijn verzameld de mogelijkheden om op een eigen manier actief aan de slag te gaan met het ontrafelen van de aanbiedingen; nieuwsgierige vragen van de leraar en uitdagende opdrachten om samen te bespreken; door genoeg gelegenheden te creëren om hieraan te werken, met elkaar te overleggen en argumenten te formuleren. Door niet 'het goede antwoord' als doel te stellen, maar de juiste (best onderbouwde) argumenten. |
| | Heeft vertrouwen in het eigen vermogen tot redeneren | ... wil weten hoe zo'n aanbieding in elkaar zit, welke lijkt het voordeligst? | |
| | Staat open voor verschillende wereldbeelden | ... is optimistisch over de eigen mogelijkheden om antwoorden te vinden op de eigen vragen. | |
| | Accepteert dat iemand een andere mening kan hebben | ... staat open voor het bestaan van verschillende manieren om iets te ervaren of betekenis te geven: anderen doen misschien een andere keus. | |
| | Gaat respectvol om met de mening van anderen | ... accepteert dat iemand een andere mening kan hebben dan hij/zij zelf | |
| | Is zich bewust van mogelijke persoonlijke vooroordelen | ... lacht anderen die iets anders zien of ervaren niet uit . | |
| | Is zorgvuldig in oordelen | ... is zich bewust dat de eigen indrukken ook niet kunnen kloppen. | |
| | Is bereid om eigen zienswijzen te heroverwegen of te herzien | ... wil eerst meer weten voordat hij/zij een mening met anderen deelt. | |

B. Routes

Op Google Maps kun je een route opzoeken van A naar B, eventueel via C. De leerlingen krijgen het volgende probleem voorgelegd door Kristel, hun leraar. "Ik moet volgende week donderdag naar Utrecht voor een studiedag. Die is in

vergadercentrum La Vie, boven De Bijenkorf. Ik moet daar tussen 9.30 en 10.00 uur zijn, want om 10.00 uur begint het. De dag is om 16.30 uur afgelopen en dan ga ik weer naar huis.

Ik twijfel of ik met de auto of met openbaar vervoer zal gaan. Dat hangt af van de tijd die ik kwijt ben en van de kosten voor vervoer en parkeren. Zoek eens samen met een maatje uit welke route met de auto het handigste is op dat tijdstip en wat het me kost aan tijd, brandstof en parkeren, heen en terug. Vergelijk dat eens met de tijd en de kosten als ik met het openbaar vervoer ga.

Zet jullie bevindingen overzichtelijk voor me in een schema, zodat ik snel kan zien wat ik te kiezen heb."

Trefwoorden kritisch denken:

interpreteren; analyseren; evalueren; concluderen; uitleggen

Trefwoorden rekenwiskunde:

vergelijken; geld/kosten; routes/afstanden; flexibel toepassen

Trefwoorden zelfregulering:

verbanden leggen; overeenkomsten en verschillen opmerken; analyseren; structureren gegevens; oriënteren (beïnvloedende omstandigheden); plannen en taakverdelen; evalueren

Toelichting kritisch denken:

Het geschetste probleem kent een zekere gelaagdheid. Niet alleen moeten de beide vervoersmogelijkheden worden vergeleken op duur, maar ook de invloed van het tijdstip en de ermee gepaardgaande kosten tellen mee. Mogelijk dat ook de CO₂-uitstoot (die de NS-site vermeldt) door leerlingen meegewogen gaat worden.

Deze combinatie van gegevens vraagt een grondige interpretatie van het probleem (de te maken keuze), gevolgd door een analyse van alle factoren die meewegen. Dit vraagt daarom een open mind en de rust om eerst samen na te denken en niet direct te gaan rekenen of websites opzoeken.

Toelichting zelfregulering:

De gestelde vraag is wel helder, maar de factoren die kunnen meewegen om tot een keuze te komen, vragen veel initiatief en flexibiliteit van de leerlingen. Hoe ze aan de gegevens komen en welke gegevens allemaal belangrijk zijn, is niet vooraf gegeven. Alleen wat het moet opleveren is bekend. Dit biedt daardoor veel mogelijkheden voor regie van het eigen handelen van de groepjes leerlingen die met deze opdracht aan de slag gaan.

Toelichting rekenwiskunde:

Dit is een voorbeeld van flexibel toepassen van eerder verworven vaardigheden. Het kunnen maken van kale sommen is hier niet meer aan de orde. Naast de analyse van het probleem (wat moet ik te weten komen?) is ook het verzamelen van de juiste gegevens hier een belangrijk onderdeel. Daarvoor zijn natuurlijk ook ICT-vaardigheden nodig. Dat lukt alleen als de leerlingen helder voor ogen hebben

welke gegevens in de berekening betrokken moeten worden. Daarmee moeten ze vervolgens systematisch, maar wel kritisch, omgaan.

| Kritisch denken | De leerling... (activiteiten in algemene termen) | De leerling ... (activiteiten in dit voorbeeld) | Onderwijsactiviteiten bij dit voorbeeld |
|----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| interpreteren | Kan een onderwerp met eigen kennis en nieuw verworven informatie duiden | ... herkent er meer mogelijkheden om in Utrecht te komen ... geeft betekenis aan die mogelijkheden door die te koppelen aan eigen ervaringen, aan de informatie die Kristel geeft en aan een beeld van wat waarschijnlijk op internet is te vinden | <ul style="list-style-type: none"> Een gerichte opdracht die is ontleend aan de werkelijkheid en die daardoor met echte bronnen kan worden opgelost. De benodigde gegevens moeten de leerlingen zelf zoeken en verzamelen |
| analyseren | Kan benodigde informatie verwerven, ordenen en structureren | ... herkent welke elementen een rol spelen bij de beide mogelijkheden (ov en auto) | <ul style="list-style-type: none"> In duo's bespreken de leerlingen het probleem. Ze maken een overzicht van beide manieren van reizen. Ze koppelen alternatieven aan bepaalde keuzes of omstandigheden, en komen zo tot meer dan twee varianten. In de nabesprekingsmomenten krijgen de leerlingen in tweetallen de kans om samen te benoemen welke varianten zij willen onderscheiden. |
| | Kan gevonden informatie beoordelen op bruikbaarheid, betrouwbaarheid en representativiteit | ... onderscheidt en benoemt de vaste kosten en de mogelijk variabele kosten, door dingen wel, niet of anders te doen (zoals de plek om te tanken of de plek om te parkeren) | |
| | Kan betekenisvolle vragen stellen | | |
| evalueren | Kan (vakinhoudelijke) argumenten of criteria gebruiken voor een waardering van of mening over een onderwerp | ... weegt de redenen om een alternatieve vervoersvariant te gebruiken ... reflecteert op deze redenen waarbij eigen ervaringen en mogelijke voorkeuren merkbaar worden. | <ul style="list-style-type: none"> Tijdens de afweging van de alternatieven blijkt het voor sommige tweetallen lastig om een voorkeur uit te spreken. Soms werken de keuzes die ouders maken storend op een onbevooroordeelde manier van benaderen. In de nabespreking hiervan vraagt de leraar om ook eens te bedenken of hun eigen keuze anders zou zijn dan hun advies aan haar. |
| | Kan belangen van mensen of groepen onderscheiden en brengt deze in verband met een ingenomen standpunt | | |
| | Kan zich verplaatsen in opvattingen, waarden en motieven van anderen | | |
| | Kan opvattingen, waarden en motieven van anderen vergelijken met die van zichzelf | | |
| | Kan ingenomen standpunten herkennen | | |
| | Kan vooroordelen herkennen | | |
| concluderen | Kan conclusies trekken op basis van alle relevante informatie | ... stelt vast of er een eenduidige voorkeur naar voren komt, of dat het vooral afhangt van persoonlijke voorkeuren van Kristel | <ul style="list-style-type: none"> De volgende dag wordt het advies aan Kristel gepresenteerd. Hierbij staat bij elk voorstel de |
| | Kan aangeven welke consequenties volgen uit de conclusies | | |

| | | | |
|------------------|------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | Accepteert kritiek van anderen en weegt die kritiek | | vraag centraal voor wie deze keuze prettig is. |
| uitleggen | Kan de conclusie beargumenteren of onderbouwen | ... geeft een onderbouwing voor de getrokken conclusie: waardoor weet of denk ik dat? | <ul style="list-style-type: none"> • Kristel komt nog met een toespitsing: Stel je voor dat een leraar uit een andere groep ook daarheen wilde. Zou het advies dan anders zijn? • Tweetallen spreken dit ook door en presenteren dan een genuanceerde uitleg van de gemaakte keuzes en adviezen. |
| | Kan uitleggen hoe het uiteindelijke oordeel tot stand is gekomen | ... vertelt de redenen om een bepaalde manier van reizen te kiezen en geeft die onderbouwing daarvan, op een manier dat anderen het ook snappen . | |
| houding | Heeft een onderzoekende houding | <p>...is nieuwsgierig en vraagt zich af of een van de alternatieven echt eruit zal springen.</p> <p>...heeft een onderzoekende houding en wil proberen aan alle alternatieven te denken die te vinden zijn</p> <p>...wil weten hoe zo'n kostenoverzicht in elkaar zit en hoe dat mogelijk anders kan.</p> <p>...is optimistisch over de eigen mogelijkheden om antwoorden te vinden op de eigen vragen.</p> <p>...staat open voor het bestaan van verschillende manieren om iets tot een advies te komen.</p> <p>...accepteert dat iemand een andere mening kan hebben dan hij/zij zelf</p> <p>...lacht anderen die iets anders zien of ervaren niet uit.</p> <p>...is zich bewust dat de eigen oplossing ook niet de beste kan blijken te zijn</p> <p>...wil eerst meer weten voordat hij/zij een advies geeft.</p> | <p>Deze houdingsaspecten worden bevorderd door</p> <ul style="list-style-type: none"> – Het bieden van een echt probleem, waarvan de oplossing concrete consequenties heeft – de mogelijkheden om zelf informatie te verzamelen en alternatieven te bedenken – nieuwsgierige vragen van de leraar en uitdagende opdrachten om samen te bespreken; – de mogelijkheid om heel flexibel met de berekeningen en varianten om te gaan via bv. Excel. |
| | Wil goed geïnformeerd zijn | | |
| | Heeft vertrouwen in het eigen vermogen tot redeneren | | |
| | Staat open voor verschillende wereldbeelden | | |
| | Accepteert dat iemand een andere mening kan hebben | | |
| | Gaat respectvol om met de mening van anderen | | |
| | Is zich bewust van mogelijke persoonlijke vooroordelen | | |
| | Is zorgvuldig in oordelen | | |
| | Is bereid om eigen zienswijzen te heroverwegen of te herzien | | |