

Rekenonderwijs kan anders

Dolf Janson

PO Management nummer 12 besteedde in het artikel 'Hoogleraar Anna Bosman over de meester met de bal (zie www.pomanagement.nl/whitepaper/391/) aandacht aan de discussie over rekenwiskundeonderwijs die regelmatig opduikt in de publiciteit. Helaas was het een bijdrage die de polarisatie eerder voeding gaf dan dat deze daarboven uitsteeg. Dat mag je wel een gemiste kans noemen. Na de reactie hierop in het meinumner van JSW, in dit nummer een bijdrage van Dolf Janson om rekenonderwijs positief te typeren...

Wiskunde, waarvan rekenen een aspect is en niet iets heel anders, is voor de kinderen die nu naar de basisschool gaan een essentieel onderdeel van hun leefwereld. Niet alleen spelen getallen, verhoudingen, verbanden, effecten, enz. een grote rol in het dagelijks leven en daarin te nemen beslissingen, ook in de vakken buiten de rekenles is dikwijls een wiskundige bril nodig om essenties te doorzien. Ook in de (social) media is die bril dikwijls wenselijk om onzinberichten te kunnen onderscheiden van echte feiten. Daardoor wordt ook duidelijk dat alles wat 'uitkomsten uit onderzoek' wordt genoemd niet per definitie bewijs is van een vastgestelde oorzaak of van een generaliseerbaar effect.

Dit betekent dat kinderen vanaf het begin uitgedaagd moeten worden zelf te denken en te onderzoeken en kritisch om te gaan met de werkelijkheid om hen heen. Dat gaat gepaard met taal en daarbij kunnen wiskundige begrippen een steeds grotere rol gaan spelen. Niet als feitjes of formele regeltjes, maar als een middel om steeds meer grip te krijgen op die omringende wereld.

Wie speelt met speelgoed, maakt daardoor kennis met verhoudingen, want een pop, knuffeldieren, autootjes of constructiemateriaal is vrijwel altijd (vele malen) kleiner dan een echt exemplaar. Je ziet ook dat als kinderen iets ouder worden ze gaan vermijden te spelen met dingen die een duidelijk verschillende schaal hebben. Niemand heeft hen dat begrip 'schaal' al uitgelegd, toch doorzien ze dergelijke verschillen.

Op school is het daarom belangrijk steeds weer aan te sluiten bij dergelijke ervaringen. Tegelijk is het van belang kinderen ook steeds perspectief te geven op de toepassing van wat ze leren. Het zelf uitrekenen van sommen met wat grotere getallen is in dat perspectief minder belangrijk dan vroeger. In de echte wereld zijn daarvoor rekenapps en programma's voor dataverzameling en -analyse die dat veel effectiever doen. Alleen moeten de gebruikers daarvan wel snappen welke bewerkingen nodig zijn, en onderscheid kunnen maken tussen de noodzaak tot precies uitrekenen en kunnen volstaan met een schatting met ronde getallen. Bovendien moeten die gebruikers ook conclusies kunnen trekken uit de gevonden uitkomst, want dat was tenslotte de reden met die getallen aan de slag te gaan. Dit vraagt andere accenten en een heel actieve rol van de leerlingen.

Getallen zijn niet ingewikkeld

Daarom is het wenselijk dat kinderen vanaf het begin kunnen ervaren dat wiskunde en de rekenaspecten daarvan niet bij voorbaat ingewikkeld zijn. Het prettige van het onderdeel getallen en bewerkingen is juist dat er weinig nieuwe elementen bij komen. Het een vloeit uit het ander voort. Om te beginnen de kennismaking met ons getallensysteem. Wij hebben een tientallig stelsel en dat betekent dat we werken met de getallen nul tot en met negen. Dan is het op. Bij tien beginnen we

weer van voren af aan: één tiental en nul eenheden. Zo gaat het door tot en met negentien en dan is het weer op en beginnen we opnieuw: twee tientallen en nul eenheden. Dit gaat zo door tot en met negennegentig en dan is het zowel voor de eenheden als voor de tientallen op en beginnen we met de honderden: één honderd en nul tientallen en nul eenheden. Zo blijft het doorgaan, moeilijker wordt het niet. Ook de cijfers die we gebruiken om getallen te noteren kennen diezelfde volgorde: 0 t/m 9. Meer soorten cijfers hebben we niet, als we de Arabische cijfers gebruiken. Dit soort inzichten zijn heel helpend om kinderen geen rekenangst te bezorgen.

Het enige dat hierbij een beetje storend kan werken zijn de namen van sommige getallen. We spreken van vier, maar niet van viertien. We zeggen veertien, maar niet veertwintig. We zeggen zeventien, maar niet zeventwintig. Na de honderd verdwijnt dat woordje 'en' weer en zijn er verder geen verrassingen meer.

Herkennen van structuren

Het bewust zijn van zo'n onderliggend systeem is belangrijk als kader voor de diverse bewerkingen. Dat is niet slechts een kwestie van wat weetjes, maar vooral van inzicht. Dit ontstaat door zelf te handelen en dat verwoorden, samen met een of twee anderen en met feedback aan elkaar en van de leraar. In het verlengde daarvan is het herkennen van structuren helpend om minder een-voor-een te tellen. Al spelend met bouwmaterialen en met bordspelletjes ontdekken ze manieren om hoeveelheden te splitsen en minder te hoeven tellen. Het gebruik van het 'grote' dominospel (55 stenen met dubbel negen als hoogste) is daarbij heel helpend, zeker als je niet gelijke hoeveelheden tegen elkaar laat leggen, maar twee helften die bv. samen tien zijn.

Samenhang herkennen

Vervolgens blijkt er iets bedacht te zijn om niet meer alles te hoeven tellen: optellen en aftrekken. Bij die handelingen blijkt al snel dat die beide bewerkingen elkaars omgekeerde zijn. $5+3=8$, maar $8-3=5$ en als je vanaf de andere kant kijkt zie $3+5=8$ en dus ook $8-5=3$. Vier handelingen met dezelfde drie hoeveelheden, die je kunt opschrijven als vier sommetjes met dezelfde getallen. Door die samenhang te benadrukken en de kinderen bewust te maken van de perspectiefwisselingen die daarbij horen, draagt dit weer bij aan de versterking van hun wiskundige manier van kijken.

Automatiseren

Nadat het optellen en aftrekken tot tien zo concreet is verkend en de verschillende situaties met de bijbehorende woorden zijn gebruikt (zoals samenvoegen, erbij doen, aanvullen, verschil bepalen, weghalen), komt de fase van het verder automatiseren. Automatiseren is altijd uitrekenen. Dat kan bijvoorbeeld door gebruik te maken van een combinatie die al bekend is. Als $3+3=6$ bekend is, dan kan $4+3$ daarvan afgeleid worden, want dat is dan één meer. Dit oefenen is dus gericht op de weg naar het antwoord, daarin zit de vooruitgang. Door dit samenwerkend met een of twee anderen te doen, kunnen zij elkaar op ideeën brengen en de efficiëntie verder opvoeren.

Memoriseren

Als dit vlot lukt kan de laatste stap gezet worden, het memoriseren. Dat betekent: die combinatie van drie getallen als een feit opslaan. De consequentie is dan dat kinderen alleen oefenen met de complete combi $3+5=8$, die een medeleerling even flitst of hardop zegt. Degene die deze combi moet oefenen herhaalt dan die complete som en voegt daar direct ook de andere drie varianten van dat kwartet aan toe. Dan is die combinatie van drie getallen dus vier keer uitgesproken en dat helpt om die te onthouden.

'Oefenen doe je voor jezelf. Niet voor de leraar. En ook niet voor een toets.'

Oefenen

De kinderen moeten daarbij in de gaten houden dat ze alleen oefenen wat ze nog niet weten, want anders is het geen oefenen. Dit betekent dat dit oefenen per definitie maatwerk is en dat de kinderen dus kritisch moeten nagaan wat ze al wel kunnen of weten en wat niet. Het gaat er dus niet om dat ze oefentijd vullen. Dit is ook niet iets dat klassikaal kan, omdat dat de leerling dan niet verantwoordelijk is voor wat zij/hij oefent. Juist die reflectie en het zelf ervaren van de eigen invloed leidt tot een houding waarvan ze ook in volgende jaren zullen profiteren. Daar hoort wel bij dat ze, zodra ze hun doel als 'behaald' hebben afgetekend, ze ook het bewijs van dat succes moeten kunnen leveren. Dit voorkomt dat ze zichzelf wat voor de gek houden en te snel tevreden zijn met een beetje kennis of vaardigheid. Dit maakt ook dat ze leren dat ze dit oefenen voor zichzelf doen en niet voor de leraar en ook niet voor een toets. Deze kennis en vaardigheden blijken immers in de volgende fase weer nodig, zoals, in dit voorbeeld, bij het eerst automatiseren en later memoriseren van de optellingen en aftrekkingen tot twintig.

Vermenigvuldigen en delen worden ook in nauwe samenhang geïntroduceerd. Dit kan echter pas nadat het optellen en aftrekken tot honderd is geautomatiseerd, want dat is noodzakelijke voorkennis daarbij. Vanuit het handelen en verwoorden, komen deze twee bewerkingen ten slotte ook weer uit bij het oefenen met kwartetten van trio's getallen ($6 \times 7 = 42$, $7 \times 6 = 42$, $42 : 7 = 6$, $42 : 6 = 7$).

Inzicht

Bij alle onderdelen die op de basisschool aan de orde komen gaat het er steeds om dat die wiskundige bril en de bijbehorende taal nadrukkelijk aandacht krijgen. Datzelfde geldt daardoor ook voor het herkennen en benutten van de samenhang enerzijds en het herkennen van verschillen anderzijds. Zo zijn percentages geen concrete hoeveelheden, maar slechts een verhouding tussen zulke hoeveelheden. Dat maakt dat je percentages niet zomaar mag optellen of aftrekken en dat je onderscheid moet maken tussen 5 procent en 5 procentpunt. Dat is niet een kwestie van voorkauwen en napraten, maar van eerst laten ervaren en daarover nadenken, zodat ze het achterliggende probleem herkennen en begrijpen. Dit verdiept het inzicht in wat wordt bedoeld met termen en wat de inhoud is van het achterliggende concept.

Toekomstgericht onderwijs

Van een lerarenopleiding mag je het stimuleren van deze kritische en wiskundige houding ook verwachten. Die kritische houding leidt dan ook tot denken vanuit het principe 'vorm volgt functie'. Als oefenen op maat het doel is en als je de vele verschillen tussen de leerlingen erkent en wilt honoreren, moet de vorm het mogelijk maken dat leerlingen zelf actief worden en alleen doen wat aansluit bij hun voorkennis. Er is pas sprake van goed en toekomstgericht onderwijs als je de leerlingen actief laat zijn en verantwoordelijkheid durft te geven. Dat doe je als leraar niet met je ogen dicht, maar door te laten merken dat je je leerlingen vertrouwt en waar nodig op maat ondersteunt. Wat kinderen doen doet ertoe, maar ook hoe ze dat doen. Als denken en verwoorden belangrijk zijn voor het maken van de juiste verbindingen in het brein, dan moet de vorm daarop gericht zijn. Veel zogenaamde oefenvormen blijken eigenlijk de vorm van een toets te hebben. De nadruk op het zelf nakijken versterkt dat, terwijl veel van de vooruitgang niet zichtbaar wordt door het antwoord, maar door de weg daarheen. Waaraan herkent een leerling welke bewerking nodig is? Waaraan herkent een leerling wat de eerste stap is die het beste past? Waaraan ontleent de leerling de overtuiging dat dit de beste aanpak was of dat het gevonden antwoord moet kloppen? Die kritische houding heeft een veel duurzamer effect dan het steeds gericht moeten zijn op de kortetermijndoelen van de eerstvolgende toets.

Als we rekenonderwijs enerzijds plaatsen binnen het wiskundig denken dat in onze samenleving een brede toepassing heeft en anderzijds zien als een kans om leerlingen een positief beeld van de eigen

leermogelijkheden te laten krijgen, dan vraagt dat een daarop gericht benadering, qua inhoud en qua vorm. Een rekenmethode is daarvoor niet echt nodig, mits de leraren voldoende boven de stof staan en de samenhang herkennen en weten te benutten. Daarop zou de lerarenopleiding gericht moeten zijn.

Verder lezen:

D.J.Janson (2017). *Rekenonderwijs kan anders – meer samenhang in de opbouw van de stof, actieve zelfdenkende leerlingen en niet-etiketterende differentiatie*. Nieuwolda: Leuker.nu

D.J.Janson (2019). *Kwartetten met trio's – ander beginnen met de procedures voor vermenigvuldigen en delen*. In: Volgens Bartjens 38 nummer 4 (maart 2019).

R.Keijzer & M.Veldhuis (2019). *Discussie reken-wiskundeonderwijs – constructieve dialoog*. In: JSW 103 nummer 9 (mei 2019)